Matematikksenteret
Nasjonalt senter for matematikk i opplæringer

Telle med 120 fra 120

Mål

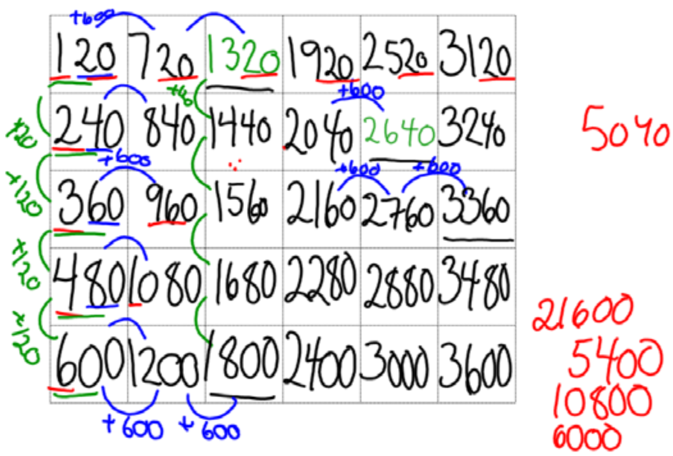
Generelt: Søke etter mønstre og sammenhenger. Gi grunner for at mønstrene oppstår. Lage nye mønstre ved å utnytte mønstre en allerede har funnet. Utfordre elevene på å resonnere og kommunisere.

Spesielt: Beskrive egenskaper til tallene. Se hvordan sifrene på hundrer- og tierplass øker. Finne økning fra kolonne til kolonne i samme rad. Argumentere for om et tall vil komme i tabellen eller ikke. Se hvordan vi kan finne nye tall ut fra dem som allerede er i tabellen.

Gjennomføring

120	720	1320	1920	2520	3120
240	840	1440	2040	2640	3240
360	960	1560	2160	2760	3360
480	1080	1680	2280	2880	3480
600	1200	1800	2400	3000	3600

Tellingen starter på 120 og vi teller med 120 om gangen. For å få fram de faglige målene kan tallene skrives i kolonner på fem. Det kan være til hjelp å lage et tomt rutenett på forhånd. Start med å gi elevene litt tid til å tenke ut de to-tre neste tallene. Elevene skal si tallet i kor samtidig som læreren skriver tallet.



Tabellen fylles ut under tellingen og det er viktig å notere elevenes forslag og markere mønstre og sammenhenger i tabellen.
Figuren viser eksempel på en utfylt tabell etter gjennomføring.

Det kan være en idé å spare tabellen med notater slik at den kan brukes igjen senere.

I vedlagte undervisningsnotat er det forslag til en progresjon for gjennomføring og retning for en diskusjon som leder mot de faglige målene. Vær påpasselig med å bruke samtaletrekkene slik at elevene både blir oppmerksomme på, og reflekterer over hva andre sier. Vær nøye med å gi elevene tid til å tenke når de får noe å tenke over. Undervisningsnotatet er delt i to. Det skal være mulig å gjennomføre hver del på ca 15 minutter.

Matematiske sammenhenger

120	720	1320	1920	2520	3120
240	840	1440	2040	2640	3240
360	960	1560	2160	2760	3360
480	1080	1680	2280	2880	3480
600	1200	1800	2400	3000	3600

Tellingen starter på 120 og øker med 120, og vi får egentlig en multiplikasjonstabell for 120. Når vi går nedover i en kolonne øker vi 120 fra rad til rad. Hopper vi over en rad er økningen $2 \cdot 120 = 240$, hopper vi over to rader blir økningen $3 \cdot 120 = 360$ osv.

Med fem tall i hver kolonne får vi en forskjell på $5 \cdot 120 = 600$ mellom naboruter i to kolonner. Hopper vi over to kolonner vil økingen bli 1200 osv.

Sifferet på 100-plassen øker med 1 på de fire første tallene, så hopper vi over 5 og går fra 480 til 600. Det er fordi fem 20-ere utgjør en ny hundrer. Tilsvarende mønster får vi mellom de to siste tallene i hver kolonne.

På 10-erplassen finner vi mønsteret 2 – 4 – 6 – 8 – 0 ovenfra og ned i hver kolonne. Det betyr også at vi får samme siffer på 10-erplassen i en rad. Sammen med økningen på 600 fra kolonne til kolonne kan dette være en nyttig informasjon å resonnere ut fra når elevene skal finne ut om et bestemt tall (4520) vil komme et eller annet sted i tabellen. Tallet må eventuelt komme i øverste rad, men økningen fra 3120 til 4520 er 1400, og det går ikke opp i 600.

Vi kan også gå på «skrå», f eks fra 2040 til 2760, ved å legge til 720. Vi går da først en kolonne til høyre, legger til 600, og en rad ned, legger til 120 – eller i motsatt rekkefølge. Det er også mulig å gå en rad opp. Da må vi subtrahere 120. Alle mønstrene stammer fra strukturen i tabellen som er telling med 120 skrevet i kolonner på fem.

Siden tabellen er en multiplikasjonstabell for 120, finner vi for eksempel $13 \cdot 120 = 1560$ i tredje rute i tredje kolonne. I de to første kolonnene har vi multiplisert 120 med tallene 1-10. 13 kommer som tredje tall i tredje kolonne.

Vi kan finne et nytt tall i tabellen ved å addere to tall som allerede er riktig plassert:
$2160 = 18 \cdot 120$ og $3240 = 27 \cdot 120$.
$2160 + 3240 = 5400$ vil komme i tabellen.
Tallet hører hjemme i rute nummer 45: $18 \cdot 120 + 27 \cdot 120 = (18 + 27) \cdot 120 = 45 \cdot 120$.

Erfaringer fra utprøving

Aktiviteten er prøvd ut på 5., 6. og 7. trinn. Organiseringen av klasserommene var ulik (lytte-krok eller parvis ved pultene), og elevgruppene hadde ulike størrelser. Aktiviteten er gjennomført både med Smart Board og tavle.

Under utprøvingene hadde vi ulike stoppunkter for å diskutere mønstre og sammenhenger. I tillegg ble elevene utfordret til å avgjøre om tallet 4520 ville kommet om man fortsatte å telle. De ble også utfordret til å foreslå et tall større enn 5000 som ville kommet i tellingen. I etterkant ser vi at aktiviteten kan bli for omfattende, og at det kan være bedre å dele den i to som vist i vedlagte undervisningsnotat.

120	720	**1320**	1920	2520	3120
240	840	1440	2040	**2640**	3240
360	960	1560	**2160**	2760	**3360**
480	**1080**	1680	2280	2880	3480
600	1200	1800	2400	3000	3600

Figuren viser tall vi hadde planlagt som stoppunkter for diskusjon (rød skrift) og tall vi spurte etter (markert sort). Under utprøvingen var elevene konsentrerte og engasjerte fra begynnelse til slutt. Aktiviteten kan i utgangspunktet se enkel ut, men erfaringen viser at den kan åpne for rike matematiske diskusjoner om ulike mønstre og sammenhenger.

Utformingen av aktiviteten med veksling mellom å telle i kor, se etter mønstre og sammenhenger og diskutere begrunnelser gir en naturlig variasjon og mulighet til å delta ut fra egne forutsetninger. God tenketid og bevisst bruk av ulike samtaletrekk er en forutsetning for å få fram elevenes tenkning.
OBS: Læreren bør ikke si tallene høyt sammen med elevene! Erfaring tilsier at elevene da blir mer passive.

Innspill elevene har kommet med

En nøyaktig utskrift av samtalene med ei av gruppene kan leses i dokumentet *Klassediskusjon 120*.
Her vil det også fremgå hvilken betydning læreren har hatt for å drive samtalen fremover gjennom bevisst bruk av samtaletrekkene.

Stopp 600

Læreren spør elevene hvorfor de nøler i tellingen. Hva skjer her?

- Vi hopper over en hundrer, 20 pluss 80 er hundre
- Hundreren ble endret med 2 i stedet for 1. Det skjer fordi 20 blir ganget med 5, og da blir det en ekstra hundrer.
- 120 er ganget med 5

Stopp 1080

Lærer spør hva som skjer etter 960.

- I stedet for hundrere går det over til 1000.

Når elevene blir utfordret til å forutsi hvilket tall som skal stå i øverste rute i tredje kolonne kommer 1320 som eneste forslag i de gruppene vi har testet opplegget i.

- Først legge 20 til 1080 som gir 1100 og 100 til som gir 1200, og så 120 en gang til gir 1320.
- 120 ganger 10 og så 120 til – da blir det ganger 11. Kan gange med 11 fordi det er 10 tall i de to første kolonnene, og vi skulle ha det neste tallet som er nummer 11.

120	720	?
240	840	
360	960	
480	1080	
600		

Læreren skriver i dette eksemplet 1200 nederst i andre kolonne og spør etter tallet nederst i tredje kolonne, 1800.

- Jeg teller nedover: 1440, 1560, 1680, 1800.
- Jeg tenker at siden det første er 1300, hvis jeg ser bare på hundrerne, kan jeg bare plusse på én hundrer på hver og to på den siste.
- Det øker med 600 for hver kolonne, så jeg kan bare legge 600 til 1200.
- På den første er det 120 ganger 5, og det er på en måte det samme på neste kolonne fra 720 til 1200. Det blir 600 mellom hvert femte svar.

120	720	?
240	840	
360	960	
480	1080	
600	1200	?

Stopp 2160

Læreren spør hva som kommer til høyre for 2040.

- 2040 pluss 600, det er 2640. Det går 600 mellom de to (peker på 2040 og 2640) akkurat som i den nederste raden. Vi kan plusse på 600 i alle radene når vi går til en ny kolonne.
- Jeg ser at 2400 vil komme nederst i kolonnen med 2040. Siden det er to ruter mellom 2400 og ruta vi skal til, legger jeg til 240 som er 120 pluss 120.

1320	1920		
1440	2040	?	
1560	2160		?
1780			
1800			

Læreren spør etter tallet to kolonner til høyre for 2160 (der 3360 skal stå).

- Jeg regner ut tallene i nederste rad og får 3000 i femte kolonne.
  600 + 600 + 600 + 600 + 600, og så plusser jeg på 360 som er 3 ganger 120.
- Jeg plusser 1200 på 2160, for 2 ganger 600 er 1200.

Avsluttende diskusjon

Lærer spør om elevene har sett noe annet enn det som de har snakket om til nå.

- Det er sånn 20, 40, 60, 80 … 2-gangen!
- Det er 12-gangen med en ekstra 0.
- Det er 120-gangen.
- Hver rad slutter med den samme 10-eren. Alle tallene i første rad slutter med 20. Alle i andre rad slutter med 40, og så 60 og 80.

Lærer spør om 4520 vil komme et sted i tabellen.

- Noen elever tror det kommer og øverste rad blir foreslått som plassering. En elev påpeker at det er 20 bakerst i 4520, og alle tallene i øverste rad slutter på 20.
- En elev som mener det ikke kommer argumenterer slik: 2520 står i tabellen, og 4520 er 2000 mer. Men vi kan ikke få 2000 ved å gange med 600. Vi får ikke til å plusse på 2000.

Lærer spør etter et tall større enn 5000 som vil komme i tabellen.

- 5020 vil komme fordi det er 20 bakerst.
- En annen elev mener 5020 ikke vil komme fordi 2520 + 2520 = 5040, og det tallet vil komme.
  Da kan ikke 5020 som er 20 mindre også være i tabellen.
- 5400 vil stå i nederste rad fordi 6 gange 9 er 54, og så 2 nuller på.

Matematikksenteret
Nasjonalt senter for matematikk i opplæringen

Undervisningsnotat, del 1

Mål: Beskrive og begrunne egenskaper ved tallene. Se hvordan sifrene på hundrer- og tierplass øker. Finne fellestrekk ved tallene i samme rad og økning fra kolonne til kolonne i samme rad.

120	720	[1]1320	1920	2520	3120
240	840	1440	2040	[2]2640	3240
360	960	1560	2160[2]	2760	[2]3360
480	1080[1]	1680	2280	2880	
600	1200	1800	2400	3000	

De røde tallene viser stopp-punkter der vi skal utfordre elevene på å se etter mønster og stille kognitivt krevende spørsmål.
De sorte rutene med hvit skrift viser tall vi skal be elevene forutse. På 1080[1] viser det lille ett-tallet at vi skal spørre etter det tallet som starter med et lite ett-tall.
Gjenta (og presisere): Du sier at…. Mener du at….
Repetere (og reformulere): Kan du gjenta med egne ord? Vil du spørre «Nora» hva hun mente?
Resonnere: Er du enig eller uenig?
Hvorfor? Hva mener du om det? Hvorfor tror du det?
Tilføye: Har du noe å føye til?
Snu og snakk: Rask prat med sidemannen.

Stopp	Progresjon for gjennomføring	Planlagt retning for diskusjon
	Det skal telles med 120 fra 120. La elevene få litt tid til å tenke på de kommende tallene. TENKETID før tellingen starter. Be elevene signalisere med tommel opp når de har tenkt ferdig. Teller i kor til 600. Blyanten bestemmer farten.	Elevene teller i kor. Forventer litt nøling i tellingen i overgangen mellom 480 og 600.
600	Overgang 480 til 600. Er det noe spesielt som skjer? Hvorfor skjer det? Tenk på de to neste tallene. TENKETID Teller videre til 1080.	Øker med én på hundrerplassen, men mellom 4 og 6 øker det med to. Fra 480 legger vi til en hundrer og to tiere, og 80 pluss 20 gir en ny hundrer.
1080	Hva skjer her? TENKETID 1080 er ti hundrere og 8 tiere, så hundrerne fortsetter å øke med én. Er det mulig å forutsi hvilket tall som kommer på 1320-plassen? TENKETID Be elevene begrunne forslagene. Ser du noen mønstre eller sammenhenger? TENKETID Skriv inn mønstre som elevene ser. +120 loddrett, +600 vannrett Hvorfor blir det et slikt mønster? Teller videre til 2160.	Går over fra tresifret til firesifret tall fordi 1000 er ti hundrere. Det øker med 600 mellom kolonnene fordi det er steg på 120 og fem tall i hver kolonne (altså tabellens struktur). Ser på siffer på tierplass og hundrerplass. Loddrette mønstre på tierplass 2-4-6-8-0 evt 20-40-60-80-00 (egentlig 100). Loddrett mønster på hundrerplass med et hopp fra 480 til 600, 1080 til 1200 osv. Det er viktig at elevene begrunner mønstrene ut fra strukturen i tabellen.
2160	Ser du flere mønstre? TENKETID/parsamtale Hvorfor blir det et slikt mønster? Kan vi forutsi hva som kommer på 2640- og 3360-plassene? TENKETID Telle videre fra 2160 til 3600. Sjekke forslag.	Begrunnelser ut fra strukturen til tabellen. Alle tallene i øverste rad slutter på 20, andre rad slutter på 40, deretter 60, 80 og hel hundrer. Andre mønstre og sammenhenger kan også bli foreslått. Viktig å spørre om hvorfor.
	Oppsummering Hvilke mønstre har vi sett? Hvorfor oppstår disse mønstrene?	Utfordre elever til å svare og begrunne. Presisere eventuelle uklare formuleringer.

Undervisningsnotat – del 2

Mål: Beskrive egenskaper ved tallene i tabellen. Argumentere for om et tall vil komme i tabellen eller ikke. Se hvordan vi kan finne nye tall ut fra dem som allerede er i tabellen.

120	720	**[1]1320**	1920	2520	3120
240	840	1440	2040	2640	3240
360	960	1560	**2160[2]**	2760	**[2]3360**
480	**1080[1]**	1680	2280	**[2]2880**	3490
600	1200	1800	2400	3000	3600

Gjenta (og presisere): Du sier at…. Mener du at….
Repetere (og reformulere): Kan du gjenta med egne ord? Vil du spørre «Nora» hva hun mente?
Resonnere: Er du enig eller uenig? Hvorfor? Hva mener du om det? Hvorfor tror du det?
Tilføye: Har du noe å føye til?
Snu og snakk: Rask prat med sidemannen.

Progresjon for gjennomføring	**Planlagt retning for diskusjon**
Ta utgangspunkt i tabellen med notater fra del 1. Repeter kort hovedmønstrene elevene har funnet. Noe mer dere legger merke til nå? TENKETID	Eksempler: Sifrene på 100-er og 10-erplassen «begynner på nytt» øverst i den 6. kolonnen. Vi bygger videre på en hel tusener (3000) Få frem begrunnelser ut fra strukturen på tabellen.
Vil tallet 5270 komme dersom vi fortsetter dette tallmønsteret? TENKETID Hvorfor/hvorfor ikke?	Så langt kommer det ingen 70, men vi kan ikke bare ut fra det si at det aldri vil komme. Begrunne ut fra strukturen på tabellen, altså at det er steg på 120. Summen av partall antall tiere blir aldri et oddetall.
Vil tallet 4520 komme dersom vi fortsetter dette tallmønsteret? TENKETID Hvilket tall vil være det nærmeste 4520 og hvor vil tallet komme, hvilken rad og hvilken kolonne? TENKETID	Tallet må stå i første rad fordi sifferet på tier-plassen er 2, og alle tall i første rad ender på 20 fordi økningen mellom hver kolonne er 600. Eksempler på ulike begrunnelser: Adderer vi 600 flere ganger fra tallet 3120 kommer vi ikke til 4520. Ser man på tallene i siste rad, ser man at 4200 pluss 120 blir 4320 og 4520 kan derfor ikke komme i tabellen. Etter 3000 starter mønsteret på nytt og 1520 er ikke i tabellen Her er det mange mulige begrunnelser.
Kan du foreslå et tall større enn 5000 som du mener vil komme dersom vi fortsetter? TENKETID Hvorfor mener du at tallet kommer?	Bruke mønsteret i tabellen og argumentere ut fra det.
Skrive på tavla: $4 \cdot 120$. Kan vi finne svaret i tabellen vår? Hva med $21 \cdot 120$? Hva med $25 \cdot 120$? Er det noen sammenheng mellom disse tre tallene? Hvorfor blir det slik? Lærer skriver sammenhengen på tavla. Hvordan kan vi finne $48 \cdot 120$ ved å bruke tallene i tabellen?	Se tabellen som en multiplikasjonstabell for 120. Identifisere tall nummer fire i tellingen som 4 ganger 120, tall nummer 21 som 21 ganger 120, tall nummer 25 som 25 ganger 120. Det siste svaret er summen av de to foregående. Det er fordi det siste tallet er 25 ganger 120 og $25 \cdot 120 = 4 \cdot 120 + 21 \cdot 120 = (4 + 21) \cdot 120$ På 48 ganger 120 kan det komme mange ulike forslag der man bruker tabellen og ulike egenskaper til multiplikasjon.