

Mestre Ambisiøs Matematikkundervisning - Prosjektbeskrivelse

Prosjektet "Mestre ambisiøs matematikkundervisning" (MAM) fokuserer på elevenes tenking i matematikk og klasseromspraksiser som støtter og utvikler elevenes tenking. Gjennom arbeid med matematikk i skolen skal elevene utvikle en helhetlig matematisk kompetanse som kjennetegnes ved begrepsforståelse, fleksibilitet i arbeidet med matematiske problemer, utforskning og resonnering samt en positiv innstilling til faget. Disse ambisiøse målene for elevenes læring stiller høye krav til matematikkundervisningen. Lampert, Beasley, Ghouseini, Kazemi og Franke (2010) bruker betegnelsen "ambitious mathematics teaching" for denne formen for matematikkundervisning, og vi har valgt å oversette det til *ambisiøs matematikkundervisning*:

Ambitious teaching entails mathematical meaning making, identity building, and striving towards creating equitable learning experiences. Ambitious teaching requires teachers to engage deeply with children's thinking—eliciting, observing, and interpreting student reasoning, language, and arguments and to adjust their instruction accordingly to promote learning. It requires attending to students' experiences, supporting meaningful participation in mathematics for the broad range of children in any classroom, and working to disrupt longstanding assumptions about who can and cannot do math (e.g., Aguirre Mayfield-Ingram, & Martin, 2013; Hunter & Anthony, 2011; Lampert, 2001; Parks, 2010;

Målet i prosjektet er at lærere skal mestre ambisiøs matematikkundervisning. Lærerne skal utvikle en undervisningspraksis hvor de kan engasjere seg i elevens tenkning, stille spørsmål, observere og vurdere elevenes resonnement, språk og argumentasjon og fremme forståelse, læring og økt motivasjon hos elevene. Vi vil utvikle en modell med tilhørende ressurser for skolebasert etterutdanning av matematikklærere på mellomtrinnet. Modellen og ressursene som utvikles vil også kunne brukes innen lærerutdanning og videreutdanning av lærere.

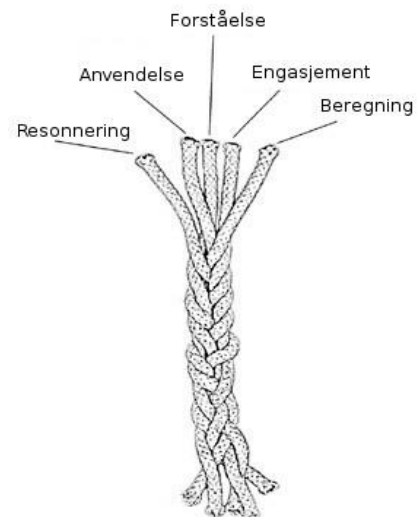
Prosjektet bygger på to større forsknings- og utviklingsprosjekter¹ i USA, og i dette prosjektet vil vi utvikle en modell og ressurser som er tilpasset den norske konteksten.

MAM-prosjektet er et treårig prosjekt med oppstart i 2015. Det skal utvikles eksempler på planleggingsdokumenter for fem ulike typer aktiviteter, filmer, skriftlige tekster og annet materiale. Modellen og ressursene prøves ut og videreutvikles underveis i prosjektet. To til tre høyskoler/universiteter vil delta i ulike faser av prosjektet, både i utviklingen av ressurser, i utprøvingen av modellen og ressursene og i forskningen knyttet til utprøvingen. I det siste prosjektåret vil spredning av modellen være i fokus. Modellen med ressurser vil kunne tas i bruk av høyskoler og universiteter, og vi vil samarbeide med og bistå høyskolene og universitetene i deres arbeid med å implementere modellen. Det vil også bli utarbeidet ressurser for lærerutdannere i form av planleggingsdokumenter, eksempler på og analyser av diskusjoner med lærere/studenter og lignende.

Tallforståelse er det underliggende matematiske temaet i prosjektet. I det følgende presenterer vi hva vi legger i begrepene tallforståelse og matematikklærerkompetanse samt de undervisningsaktiviteter og –praksiser prosjektet konsenterer seg om.

Tallforståelse

Utvikling av tallforståelse fremheves i LK06 som en sentral del av matematikk i grunnskolen og som svært viktig for elevenes læring av matematikk. Men det er ikke åpenbart hva tallforståelse innebærer. Case (1998) fremhever fleksibilitet i arbeidet med tall og regneoperasjoner, bruk av ulike representasjoner, utvikling av hensiktsmessige regnestrategier, overslagsregning, identifisering og bruk av ulike mønster og resonnering om egenskaper ved tall og operasjoner som sentrale elementer i tallforståelse. McIntosh, Reys og Reys (1992) fremhever i tillegg et emosjonelt aspekt i sin definisjon av tallforståelse, og deres definisjon består av tre hovedelementer: 1) generell forståelse av tall og operasjoner,



¹ "Learning in, from, and for teaching practice (LTP)", <http://sitemaker.umich.edu/ltp/home>, og "Supporting ambitious instruction in elementary mathematics through school-wide professional learning", <https://education.uw.edu/people/faculty/ekazemi>

2) evne/ferdighet til å bruke denne forståelsen i matematisk resonnering og til å bruke hensiktsmessige strategier i arbeid med tall og operasjoner og 3) lyst til å gjøre det.

Kilpatrick, Swafford og Findell (2001) beskriver matematisk kompetanse ved hjelp av fem komponenter: forståelse, beregning, anvendelse (strategisk tankegang), resonnering og engasjement. De påpeker at disse fem komponentene er tett sammenflettet og avhengige av hverandre. Komponentene støtter hverandre, og det er viktig at elevene får mulighet til å utvikle alle fem samtidig. Forbindelsen mellom de ulike komponentene blir da forsterket og elevene utvikler en matematisk kompetanse som er varig, fleksibel, nyttig og relevant. Vi kan finne igjen de fem komponentene i de nevnte beskrivelsene av tallforståelse.

I vår beskrivelse av tallforståelse tar vi utgangspunkt i Kilpatrick et al. (2001) sin definisjon av matematisk kompetanse. Gjennom en analyse av det faglige innholdet i oppgaver som er utviklet i ulike matematikdidaktiske prosjekter knyttet til arbeid med tall og regning på mellomtrinnet, definerer vi ulike aspekter ved tallforståelse ved hjelp av de fem komponentene. Dette er nærmere beskrevet i artikkelen Tallforståelse. Aktivitetene som skal utvikles og brukes i arbeidet med lærerne, vil være utformet slik at de fremhever sentrale aspekter ved tallforståelse. De fem komponentene i matematisk kompetanse er knyttet tett sammen, og en aktivitet vil gjerne ta opp momenter fra flere komponenter.

Undervisningsaktiviteter og undervisningspraksiser

For at lærerne skal lære praksisene, prinsippene og den matematiske kunnskapen som ligger til grunn for ambisiøs matematikkundervisning, tar vi utgangspunkt i bestemte undervisningsaktiviteter:

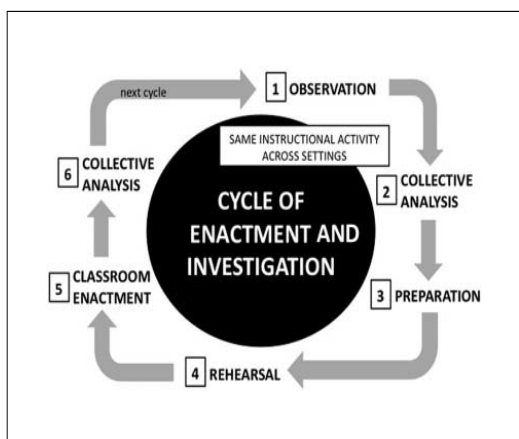
1. **Kvikkbilder** er designet for å engasjere elever i å visualisere tall og forme mentale representasjoner av en mengde som vanligvis er presentert gjennom en samling prikker. Elevene forklarer hvordan de organiserte mengden for å telle det totale antallet prikker i bildet.
2. **Å telle i kor** er en klasseromsaktivitet hvor klassen teller sammen ved å legge til eller trekke fra et bestemt tall mens læreren skriver opp det de teller i en bestemt konfigurasjon av rader og kolonner på tavlen. Læreren stopper tellingen ved strategiske punkter slik at elevene kan diskutere mønster som kommer frem, komme med antagelser ved å bruke mønstrene og forklare hvorfor mønstrene trer frem.

3. **Regnesekvenser** består av regnestykker som er satt opp i en bestemt rekkefølge og som er utviklet for å rette samtalen mot spesifikke regnestrategier eller egenskaper ved operasjoner. Elevene løser problemet, deretter deler og forsvare de løsningene og strategiene sine med medelevene.
4. **Problemløsning** består av mange ulike oppgaver som tar utgangspunkt i forskjellige matematiske emner. Lærerens viktigste oppgave er å introdusere problemet på en slik måte at alle elevene kan begynne å arbeide med problemet og å legge til rette for at elevene kan utvikle ulike strategier.
5. **Spill** består av matematisk rike spill. Spillene kan være designet for å arbeide med ulike matematiske begreper og ideer, for å øve på viktige matematiske ferdigheter eller for at læreren skal få innsikt i elevenes forståelse og strategier.

Aktivitetene skal fremme elevers utforskning og resonnering, samtidig som de skal være enkle nok til at lærerne kan mestre dem og lære av dem. Arbeidet med aktivitetene skal bidra til at lærerne utvikler noen *rutiner* i matematikkundervisningen. Lampert et al. (2010) viser spesielt til rutiner knyttet til undervisningssamtaler. Elevene blir bedt om å fortelle hvordan de tenker og begrunne sine svar, og å vurdere og eventuelt revurdere egne og andres tankemåter. Læreren går i dybden med sine spørsmål, avklarer misforståelser og holder fokus i samtalen. Arbeidet med aktivitetene vil bygge på og fremme noen vanlige praksiser ved ambisiøs undervisning:

- Å lede undervisningen frem mot læringsmålet
- Å få frem og gi respons til elevenes resonnering
- Å få elevene til å orientere seg mot hverandres ideer og mot læringsmålet
- Å sette høye krav til elevenes deltakelse
- Å vurdere elevenes forståelse
- Å bruke matematiske representasjoner

Lærerne skal utvikle rutiner og kompetanse i disse praksisene gjennom å arbeide med aktivitetene i en ”syklus av gjennomføring og undersøkelse” (cycle of enactment and investigation) (Lampert, Franke, Kazemi, Ghouseini, Tottou, Beasley, Cunard og Crowe, 2013).



Figur 3: Cycle of enactment and investigation

1. Observasjon: lærerne observerer en veileder/lærerutdanner som gjennomfører en gitt aktivitet med elevene
2. Diskusjon i gruppa (lærere/lærerutdannere/veiledere)
3. Lærerne planlegger/forbereder en lignende aktivitet med elever
4. Lærerne øver på aktiviteten i gruppa - medlærere spiller rollen som elever, lærerutdannere stopper opp og diskuterer valg læreren gjør
5. Lærerne prøver ut aktivitetene (individuellt eller i par) med en elevgruppe, lærere observerer og tar videoopptak av undervisningen
6. Diskusjon i gruppa (lærere/lærerutdannere/veiledere)

Lampert et al. (2013) fremhever spesielt betydningen av øvinger (rehearsal). Øvingene gir mulighet til å gå i dybden på det faglige innholdet i aktiviteten og på læringsmålet for aktiviteten. Øvingene legger også opp til diskusjoner knyttet til samtaletrekk og representasjoner som kan brukes for å fremme elevenes læring.

Matematikklærerkompetanse

I det følgende presenterer vi kort to ulike måter å beskrive matematikklærerkompetanse på, og vi drøfter deres betydning for utforming av prosjektet.

Shulman (1986) identifiserer to hovedkategorier av matematikklærerkompetanse - *fagkunnskap (subject matter knowledge)* og *fagdidaktisk kunnskap (pedagogical content knowledge)*, og fremhever at de to aspektene er tett koblet. Hans arbeid danner utgangspunkt for flere studier og ulike rammeverk for beskrivelse av matematikklærerkompetanse og forskning knyttet til utvikling av kompetansen.

Ball & Bass (2003) innfører begrepet ”mathematical knowledge for teaching” (MKT) som et overordnet begrep for å beskrive hvilken kompetanse som er nødvendig for å undervise i matematikk (se også Ball, Thames, & Phelps, 2008). I Norge refererer man til dette begrepet som *undervisningskunnskap i matematikk (UKM)*. Ball et al. (2008) analyserer hva arbeidet til en matematikklærer går ut på og hva slags kunnskap og kompetanse som trengs til de ulike oppgavene og utdyper videre de ulike elementene i UKM. Dette er nærmere beskrevet i artikkelen Matematikklærerkompetanse. De fremhever at kunnskapen matematikklærere trenger for å undervise i faget har en matematisk og en didaktisk side, men understreker at

disse er tett sammenflettet. Det faglige innholdet - et gitt begrep, en fremgangsmåte, representasjon eller sammenheng - bør ha avgjørende rolle for hvilken type spørsmål, oppgave eller arbeidsmåte læreren velger.

I utforming av modellen for etterutdanning av lærere i MAM-prosjektet, tar vi utgangspunkt i beskrivelsen av undervisningskunnskapen i matematikk gitt av Ball et al.(2008). Det faglige innholdet i prosjektet er tallforståelse. Med utgangspunkt i analyser av det matematiske innholdet i aktiviteter som skal gjennomføres, vil diskusjoner med lærere dreie seg om hva som kan være utfordrende for elevene, hvilken respons man kan forvente, hvilke typer spørsmål, representasjoner og eksempler det kan være hensiktsmessig å diskutere. Tilsvarende diskusjoner vil også være sentrale i etterkant av gjennomføringen av aktivitetene.

Rowland, Huckstep & Thwaites (2005) tar også utgangspunkt i Shulmans arbeid og utvikler et rammeverk til bruk i analyse av og refleksjon om matematikkundervisning og matematikklærerens kompetanse. Mens Ball & Bass (2003) beskriver og drøfter ulike aspekter ved matematikklærerkompetansen, er Rowland m.fl. (2005) mer opptatt av å identifisere situasjoner der matematikklærerkompetansen kommer til syne i undervisning. Rammeverket til Rowland og kollegene hans er utviklet gjennom videoopptak og observasjon av undervisning i matematikk. Videoene ble i etterkant analysert med tanke på å identifisere situasjoner der matematikklærerkompetansen kommer til uttrykk i undervisningen. De ulike situasjonene ble deretter gruppert i fire dimensjoner, som danner et rammeverk kalt for Knowledge Quartet (KQ) og som på norsk refereres til som *kunnskapskvartetten* (se mer i artikkelen Matematikklærerkompetanse).

Rowland og kolleger (for eksempel Turner, Thwaites & Huckstep, 2009; Rowland m.fl., 2005) argumenterer for at rammeverket ikke bare egner seg som analyseverktøy i forskning, men også i veiledning av studenter eller kolleger og i diskusjoner om undervisningspraksis. I vår modell for etterutdanning av matematikklærere, vil det være relevant å bruke rammeverket i analyser og diskusjoner knyttet til lærernes planlegging av aktiviteter, øvingen (rehearsal) med kolleger og veiledere og gjennomføring av aktiviteten med elevene.

Mål med prosjektet

Det skal utvikles ressurser på flere nivåer knyttet til ulike aktører i prosjektet.

1) Læreres arbeid med elever

- a) Utvikling av skriftlig materialet (artikler o.l.) om tallforståelse og ulike aspekter ved den, med eksempler fra praksis og forslag til videre lesing.
- b) Utvikling (og oversetting/tilpasning) av en base med eksempler på de ulike aktivitetene innen tallforståelse som kan brukes på mellomtrinnet. Eksempelene skal være knyttet til litteraturen utviklet i a). Aktivitetene blir kvalitetssikret gjennom utprøving i praksis. Planleggingsdokumenter og eksempler på elevinnspill og -arbeid vil også bli utviklet.

2) Lærerutdanneres arbeid med lærere og lærerstudenter

- a) Utvikling av filmer der en lærer og en gruppe elever arbeider med de ulike aktivitetene.
- b) Utvikling av tekster som følger filmene i 2a. Lærerens rolle vil bli fremhevet i disse tekstene, og tekstene vil kobles til litteraturen utviklet i 1a ovenfor.
- c) Utvikling av caser som tar utgangspunkt i filmene og våre utprøvinger i praksis, caser med diskusjonsspørsmål som belyser ulike aspekter ved matematikkundervisningen og elevenes læring. Casene kan brukes som utgangspunkt for diskusjoner.

3) Lærerutdannere

- a) Utarbeidelse av en modell for kompetanseheving av lærere, hvor de ulike ressursene inngår.
- b) Utarbeidelse av tekster og eksempler på diskusjoner mellom lærere og lærerutdannere som belyser momenter som kan være utfordrende, interessante eller verdifulle for lærere og lærerutdannere.

4) Skoleeier og skoleledere

Forskning og utvikling knyttet til organisatoriske forutsetninger, både på et overordnet nivå og på skolenivå. Det handler om å styrke forutsetningene for undervisningsarbeidet.

Alle ressurser som utvikles legges ut på nettsidene til Matematikksenteret slik at det utgjør en helhet, og de vil være knyttet til modellen for kompetanseheving av lærere. Det vil samtidig

være mulig å bruke ressursene til ulike andre formål (i etter- og videreutdanning av lærere, i lærerutdanning, i lærernes eget arbeid).

Modellen og materialet prøves ut og videreutvikles underveis i prosjektet. Det er planlagt å invitere tre høyskoler/universiteter til å delta i ulike faser av prosjektet, både i utvikling av materialet og i systematisk utprøving og forskning knyttet ressursene og modellen (FoU-arbeid). Det er viktig å påpeke at forskningen (FoU-arbeidet) vil foregå kontinuerlig og være direkte knyttet til utviklingen og forbedringen av ressursene og modellen (sykluser). Dette vil være en viktig del av arbeidet for å kvalitetssikre ressursene og modellen.

Det kan tenkes ulike type forskningsspørsmål innen prosjektet, knyttet til ulike aktører og ressurser. Forskningsspørsmålene utvikles i samarbeid med UH-miljøene som skal være med i prosjektet.

Tidsplan

2015 - Oppstart og utvikling av ressurser

- Utvikling av prosjektbeskrivelsen og etablering av samarbeid med 2-3 UH-miljøer som skal bidra i Forsknings- og utviklingsarbeid (FoU-arbeid) knyttet til utviklingen av modellen med ressurser
- Utvikling av ressurser
- Oppstart på samarbeid med pilotskoler for utprøving av modellen.
- FoU-arbeid knyttet til utviklingen av ressurser i samarbeid med UH-miljøer

2016 - Utprøving og videreutvikling av ressurser

- Systematisk utprøving av modellen med fire kommuner (realfagskommuner og eventuelt andre kommuner)
- FoU-arbeid på ressursene og modellene i samarbeid med UH-miljøer
- Videreutvikling av modellen og læringsressursene foregår kontinuerlig som en del av FoU-arbeidet.

2017 -Spredning og videreutvikling av ressurser

- UH-institusjonene får kjennskap til og kunnskap om modellen med ressurser (skolering)
- Samarbeide med og bistå UH-institusjoner i å bruke modellen i deres arbeid mot realfagskommuner, i lærerutdanning, etter- og videreutdanning
- Utvikling og forskning i samarbeid med UH-miljøer
- Videreutvikling av modellen og læringsressursene foregår kontinuerlig som en del av FoU-arbeidet
- Publisering

Prosjektdeltakere ved Matematikksenteret

- Astrid Bondø
- Olaug E. L. Svingen
- Morten Svorkmo
- Svein H. Torkildsen (prosjektleder)
- Anita Valenta (koordinator av samarbeidet med UH)
- Kjersti Wæge
- Anne-Gunn Svorkmo (Delprosjektet med HiST 2015-16)

Samarbeidspartnere

- Høgskolen i Sør-Trøndelag vil delta i arbeidet med utvikling av ressurser knyttet til punktene 1a, 2a og 2b. Samarbeidet vil foregå i perioden 2015-2016.
- To universitets- og høyskolemiljøer (i tillegg til HiST) vil bidra i forsknings- og utviklingsarbeid knyttet til utvikling av modellen og ressursene.
- Stiftelsen IMTEC vil ha hovedansvar for forskning og utvikling rettet mot skoleeier og skoleledere.

Referanser

- Ball, D. L., & Bass, H. (2003). Toward a practice-based theory of mathematical knowledge for teaching. In E. Simmt & B. Davis (Red.). *Proceedings of the 2002 Annual Meeting of the Canadian Mathematics Education Study Group*, s. 3-14. Edmonton, AB:CMESG/GCEDM.
- Ball, D., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching. What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.
- Case, R. (1998, April). A psychological model of number sense and its development. Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association, San Diego.
- Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (red.).(2001). Adding it up: Helping children learn mathematics. J. Washington, National Research Council. DC: National Academy Press.
- Lampert, M., Beasley, H., Ghouseini, H., Kazemi, E. & Franke M. (2010). Using design instructional activities to enable novices to manage ambitious mathematical teaching. I M.K. Stein og L. Kucan (red.), *Instructional explanations in the disciplines*
- Lampert, M., Franke, M. L., Kazemi, E., Ghouseini, H., Turrou, A. C., Beasley, H., Cunard, A. og Crowe, K. (2013). Keeping it Complex: Using Rehearsals to Support Novice Teacher Learning of Ambitious Teaching. *Journal of Teacher Education*, 64(3) 226–243
- McIntosh, A., Reys, B. og Reys, R. (1992). A proposed framework for examining number sense. *For the Learning of Mathematics*, 12(3), 25-31.
- Rowland, T., Huckstep, P. & Thwaites, A. (2005). Elementary teachers' mathematics subject knowledge: the Knowlegde Quartet and the case of Naomi. *Journal of Mathematics Teacher Education* 8. 255-281
- Rowland, T., Turner, F., Thwaites, A., & Huckstep, P. (2009). *Developing Primary Mathematics Teaching*. SAGE Publications Ltd
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.