Matematikksenteret
Nasjonalt senter for matematikk i opplæringen

Mal for undervisningsopplegg

Tittel
Halvering/dobling i multiplikasjon

Plass til bilde

$12 \cdot 5$	$6 \cdot 10$
$8 \cdot 25$	$4 \cdot 50$
$244 \cdot 23$	$122 \cdot 46$

Tidsbruk
ca. 20 min

Antall elever
Helklasse

Emne
Resonnere omkring egenskaper ved tall og regneoperasjoner. Bruk av ulike representasjoner i utforskning og begrunnelse av egenskaper og strategier.

Dette opplegget er utviklet som en del av prosjektet Mestre Ambisiøs Matematikkundervisning. [med lenke]

Hensikt
Diskutere relasjonen halvering/dobling på konkrete regnestykker, men også mer generelt. Bruke ulike representasjoner til å argumentere for halvering/dobling generelt i multiplikasjon.

Valg av tidspunkt
Opplegget kan brukes mens klassen arbeider med multiplikasjon, men det kan også brukes som oppstart på en time uavhengig av emne.

Utstyr
Tavle.
Kort undervisningsnotat til læreren. [kopieringsoriginal]

Beskrivelse av opplegget
Læreren skriver regnestykkene **$12 \cdot 5$ og $6 \cdot 10$** på tavla, spør om relasjonen mellom svarene (om de er like, ulike).

Lærer skriver to nye regnestykker: **$8 \cdot 25$ og $4 \cdot 50$.** Her skal man gå dypere inn og prøve å få frem at den ene faktoren er halvert mens den andre er doblet. Diskusjon om hva som skjer (gjennom en regnefortelling/illustrasjon) når det ene tallet dobles og det andre halveres i multiplikasjon - hvorfor svaret blir det samme.

Læreren presenterer det tredje paret av regnestykker, **$244 \cdot 23$ og $122 \cdot 46$** og spør om svarene blir like eller ikke. Dette er "stygge tall", elevene ledes til ikke å regne, men heller å resonnere på samme måte som i stad. Generaliserer på denne måten begrunnelsen fra forrige eksempel og får mulighet til å diskutere (og argumentere) om halvering/dobling generelt.

De matematiske sammenhengene i opplegget blir drøftet nærmere nedenfor.

Det kan være en idé å spare på notatet slik at det kan brukes senere. Elevene bør bli oppmerksomme på, og reflektere over hva andre sier. Læreren bør gi elevene tid til å tenke. Mer om oppgavestreng-aktiviteten finner du på http://www.matematikksenteret.no/content/4831/Innholdsside.

Matematiske sammenhenger

Oppgaver:

$12 \cdot 5 \quad 6 \cdot 10$

$8 \cdot 25 \quad 4 \cdot 50.$

$244 \cdot 23 \quad 122 \cdot 46$

Hensikten med aktiviteten er at elevene skal utforske og resonnere omkring egenskaper ved tall og regneoperasjoner ved å bruke ulike representasjoner. Mer spesielt, oppgavestrengen legger til rette for en diskusjon om halvering/dobling i multiplikasjon: hvis en av faktorene i et multiplikasjonsstykkedobles og den andre faktoren halveres, forblir produktet det samme.
Regnefortelling og illustrasjon brukes til å resonnere om konkrete regnestykker og til å argumentere for halvering/dobling i multiplikasjon av hele tall.

Utvikling av strategier innen multiplikasjon

Halvering/dobling er en generell egenskap av multiplikasjon, dvs. hvis en av faktorene i et hvilket som helst multiplikasjonsstykke dobles og den andre faktoren halveres, forblir produktet det samme. Denne egenskapen ved multiplikasjon kan brukes som en strategi innen multiplikasjon. For eksempel, for å regne ut 36· 25 kan man bruke halvering/dobling til å komme frem til et regnestykke som er lettere å regne ut, som $36 \cdot 25 = 18 \cdot 50 = 9 \cdot 100$. Et annet eksempel er $1{,}5 \cdot 32= 3 \cdot 16 = 6 \cdot 8$. I andre regnestykker, som $244 \cdot 23$, er det kanskje noen andre strategier som er mer effektive å bruke enn halvering/dobling. Hensikten med oppgavestrengen er å diskutere halvering/dobling som en generell egenskap ved multiplikasjon. På et senere tidspunkt bør klassen diskutere type regnestykker der halvering/dobling kan være en passende strategi å bruke.

Ulike representasjoner av multiplikasjon og overganger mellom dem

Når man skal begrunne hvorfor strategien er en gyldig framgangsmåte, er det nødvendig å gi mening til multiplikasjon gjennom en regnefortelling eller en illustrasjon. Her kan man se multiplikasjon som like grupper, eller som antall ruter i et rutenett, eller som areal av et rektangel. Det er viktig å være oppmerksom på at de ulike representasjonene av strategien kobles sammen, at man følger det som skjer både symbolsk, muntlig og gjennom illustrasjonen og regnefortellingen.

Assosiativ egenskap $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$

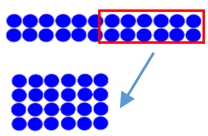
Halvering/dobling baserer seg på den assosiative egenskapen ved multiplikasjon. Eksempel:

$$244 \cdot 23 = (122 \cdot 2) \cdot 23 = 122 \cdot (2 \cdot 23) = 122 \cdot 46$$

Mer generelt: $a \cdot c = (\frac{a}{2} \cdot 2) \cdot c = \frac{a}{2} \cdot (2 \cdot c)$

Begrunne halvering/dobling på de gitte regnestykkene

En mulig begrunnelse for at $8 \cdot 25 = 4 \cdot 50$ og $244 \cdot 23 = 122 \cdot 46$ er å bare regne ut regnestykkene på begge sider av likhetstegnet. Men en slik begrunnelse åpner ikke for resonnering om hva som skjer og hvorfor, og om halvering/dobling gjelder (tilfeldigvis) i bare noen eksempler eller om det gjelder generelt i multiplikasjon av hele tall.
For å få mulighet til å utforske og resonnere mer generelt, er det nødvendig å gi multiplikasjonen en mening i form av en regnefortelling og/eller en illustrasjon. Her kan det være mulig å ta utgangspunkt i like grupper, rutenett (som illustrert her) eller areal.



Begrunne halvering/dobling generelt

Når likheten $8 \cdot 25 = 4 \cdot 50$ er begrunnet gjennom en regnefortelling/illustrasjon kan tankegangen generaliseres til andre regnestykker. Her er et eksempel med bruk av like grupper:
Vi kan tenke oss 8 poser med 25 drops i hver. Da er det $8 \cdot 25$ totalt. Hvis vi nå slår sammen to og to poser til en større pose, så får vi 4 poser med 50 drops i hver, $4 \cdot 50$ drops totalt. Siden ingen drops er blitt borte eller lagt til, så er antallet det samme i begge situasjoner:
$8 \cdot 25 = 4 \cdot 50$.
Hvis vi nå har 244 poser med 23 drops i hver, så kan vi tenke på samme måte,
slik at $244 \cdot 23 = 122 \cdot 46$.
Alle multiplikasjonsstykker med hele tall kan tenkes som poser med drops på samme måte, og vi kan alltid slå sammen to og to poser. Det kan bli en ekstra utfordring hvis antall poser er et oddetall, men tankegangen kan tilpasses. Hvordan? Antall poser halveres og antall drops i hver pose dobles. Totalt blir det like mange drops.

Kompetansemål fra LK06

Kompetansemål etter 7. årssteget, Tal

- utvikle, bruke og diskutere metodar for hovudrekning, overslagsrekning og skriftleg rekning og bruke digitale verktøy i berekningar