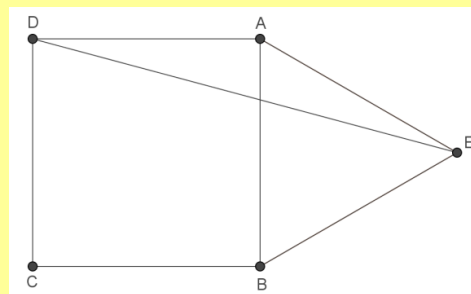


Oppgave 1

På figuren er $ABCD$ et kvadrat, mens ABE er en likesidet trekant.

Da er $\angle AED$ lik



A 10° B $12,5^\circ$ C 15° D 20° E $22,5^\circ$

Tips til veiledning:

- Skriv på alle kjente vinkler og marker vinkelen dere skal finne på figuren.
- Marker alle linjestykker som er like lange. Hva slags trekant er ADE ?
- Hvor stor er vinkel DAE ? Forklar hvordan dere finner denne vinkelen.
- Sammenlign vinklene AED og ADE . Regn ut.

Videre utforskning:

- Hva slags figur er $CBEAD$?
- Fyll ut tabellen:

Figur	Hvor mange sider har figuren?	Vinkelsum i figuren
ABE		
$CBAD$		
$CBEAD$		
...		

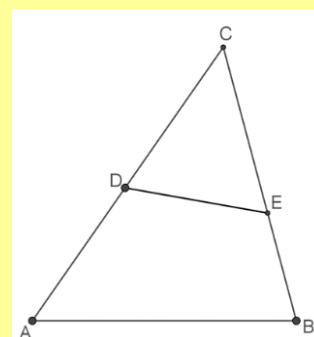
- Finn sammenhengen mellom antall sider og vinkelsum i figurene? Hvordan vil mønsteret fortsette? Forklar.

Oppgave 2

La ABC være en trekant der $\angle A = 55^\circ$, $\angle B = 75^\circ$, D ligger på AC , E ligger på BC og $CD = CE$.

Hvor stor er vinkel CED ?

A 50° B 55° C 60° D 65° E 70°



Tips til veiledning:

- Skriv alle opplysninger dere har inn på figuren. Marker vinkelen dere skal finne.
- Finn vinkel C .
- Hva slags trekant er trekanten CDE ?
- Hva vet dere om vinklene i trekanten CDE ? Forklar og regn ut.

Oppgave 3

I trekant DEF er $\angle D = 40^\circ$. Punktene A , B og C ligger på DE , DF og EF slik figuren viser og $EC = AC$ og $FC = BC$.

Da er $\angle ACB$ lik

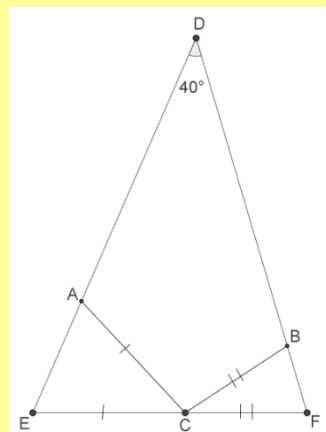
A 80°

B 90°

C 96°

D 100°

E 105°



Tips til veiledning:

- Skriv på alt dere vet om figuren og marker vinkelen dere skal finne.
- Hvor store er vinklene E og F til sammen?
- Hva vet dere om vinklene E og CAE ? Og hva med vinklene F og CBF ?
- Hvor store er vinklene CAE og CBF til sammen?

En måte å se dette for seg, er å finne vinklene DAC og DBC og bruke firkanten $ACBD$:

- Hvor store er vinklene DAC og DBC til sammen?
- Hvor store er vinklene DAC , D og DBC til sammen?
- Hva er vinkelsummen i en firkant (firkanten $ACBD$)?

En annen måte å se det på er å bruke summen av vinklene ECA og FCB :

- Hvor store er vinklene ved grunnlinjene til trekantene ECA og FCB til sammen?
- Hvor store er vinklene ECA og FCB til sammen?
- Hvor stor er vinkelen ECF ?

Ekstra utfordring:

- Forklar hvorfor dere kan løse oppgaven uten å kjenne størrelsen på hver av vinklene E og F ?

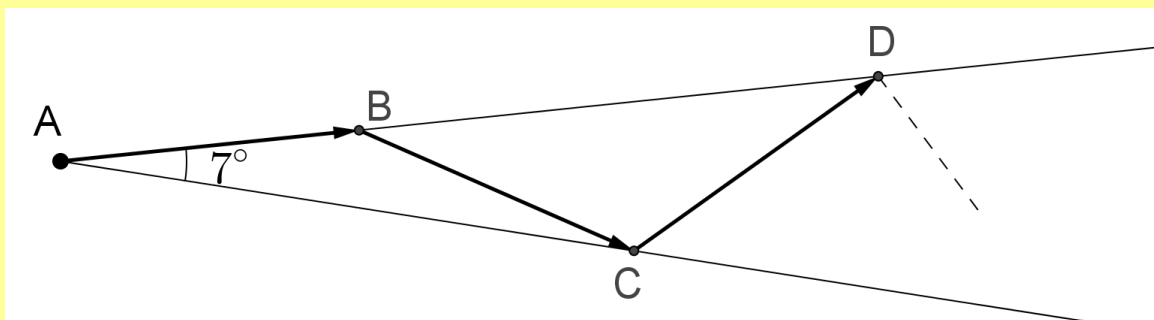
De to følgende oppgavene kan gjerne løses ved hjelp av GeoGebra:

- Hva er de største og hva er de minste størrelsene vinklene E og F kan ha? Forklar.
- Kan punktet C være plassert hvor som helst på EF ? Forklar.



Oppgave 4

På figuren er $\angle A = 7^\circ$. Alle pilene AB, BC, CD, \dots er like lange. Alle pilene går mellom vinkelbeinene til vinkel A . For hver pil vi tegner øker avstanden fra A .



Hvor mange piler kan vi tegne på denne måten før pila ikke lenger vil treffe et punkt som ligger lenger fra A ?

A 10

B 11

D 12

E 13

E Så mange vi ønsker

Tips til veiledning:

- Lag en større hjelpefigur. Tips: Bruk et stort ark (gjerne A3-ark i tillegg til oppgavearket).
- Hvordan vil det se ut der pila ikke lenger kan treffe et punkt som ligger på motsatt side og som ligger lenger fra A enn det foregående? Lag en skisse.
- Hva vil avgjøre om det er mulig å tegne en ny pil som treffer lengre fra A eller ikke?
- Hva slags trekanter er ABC, BCD, CDE osv.?
- Hva vet dere om vinklene A og C i trekanten ABC , om vinklene B og D i trekanten BCD osv.?

Noen elever vil regne ut alle vinklene fortløpende gjennom figuren. La dem gjøre det:

- Hvordan forandrer vinklene seg ettersom dere kommer utover i figuren? Forklar.

Noen vil kanskje konsentrere seg om vinklene ved grunnlinjene i alle de likebeinte trekantene:

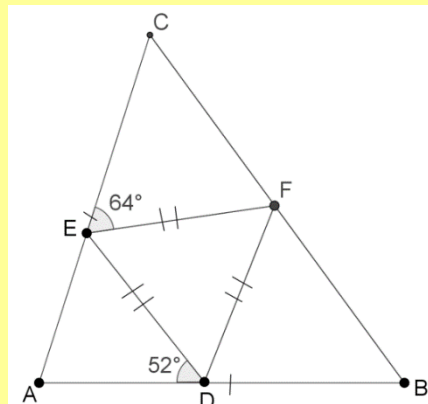
- Kan dere finne et mønster for størrelsen av disse vinklene? Forklar.
- Hvor store kan disse vinklene *høyst* være?

Oppgave 5

I den likebeinte trekanten ABC er sidene AB og AC like lange. Punktet D ligger på sida AB , E på AC og F på CB . Trekanten DEF er likesidet, vinkelen EDA er 52° og vinkelen FEC er 64° .

Vinkelen BFD er da

- A 40° B 58° C 60°
 D 64° E 76°



Tips til veiledning:

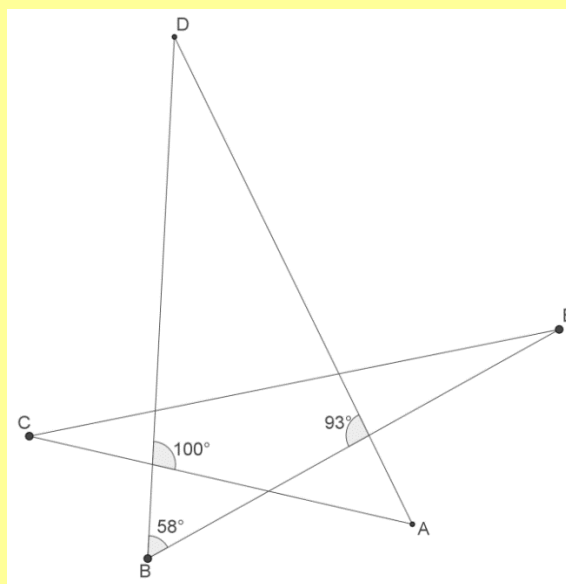
- Marker på figuren vinkelen dere skal finne.
- Skriv inn på figuren alle vinkler dere kjenner og alle som dere etter hvert regner ut.
- Hvilke vinkler *må* dere kjenne for å finne vinkel BFD ? Forklar.
- Finn vinklene i trekanten ADE .
- Finn vinklene B og C (se på trekanten ABC).
- Finn vinklene BDF og BFD .

Oppgave 6

Til høyre ser vi en stjerneformet figur.

Hvor stor er vinkel A ?

- A 35° B 42° C 51°
 D 65° E 109°



Tips til veiledning:

- Marker vinkelen dere skal finne.
- Marker på figuren etter hvert som dere regner ut flere vinkler.
- Hvilke opplysninger trenger dere for å løse oppgaven?
- Er det noen svaralternativ som dere tror kan utelukkes? Hvorfor?
- Stjerna består av mindre figurer. I hvilke av disse figurene trenger dere å regne ut vinkler? Regn ut og forklar.

Videre utforskning:

- Hvilke regler om vinkler har dere brukt for å løse oppgaven? Skriv dem ned.
 - Regn ut flest mulig vinkler. Skriv dem inn i figuren. Hvor mange vinkler er det mulig å finne?
 - Hvor mange ekstra opplysninger må vi ha for å kunne regne ut *alle* vinklene i figuren? Lag et eksempel der dere setter inn så mange ekstra opplysninger som dere mener trengs og regn ut alle vinklene.
-

Oppgave 7

$ABCD$ er et kvadrat, og ABE er en likesidet trekant slik at E ligger inne i $ABCD$.

Hvor stor er vinkelen CDE ?

A 10° B 12° C 15° D 18° E 20°

Tips til veiledning:

- Tegn en figur og sett flest mulig opplysninger på figuren. Kontroller at opplysningene i oppgaven stemmer med figuren.
- Marker vinkelen dere skal finne på figuren.
- Hvor stor er vinkelen DAE ?
- Hvor store er vinklene i trekanten ADE ?
- Marker alle linjestykker som er like lange. Hva slags trekant er ADE ? Hvor stor er da vinkel ADE ?

Ekstra utfordring:

- Hvor stor er vinkel CED ?
-



Fasit:

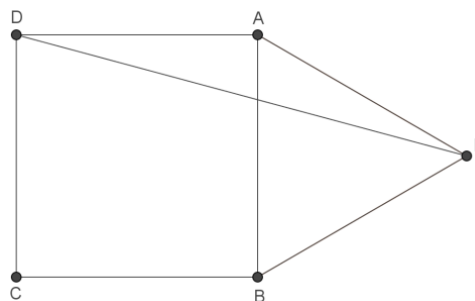
Oppgave	Løsning
1	C
2	D
3	D
4	E
5	B
6	C
7	C

Forklaring

Oppgave 1

$$\angle DAE = \angle DAB + \angle BAE = 90^\circ + 60^\circ = 150^\circ$$

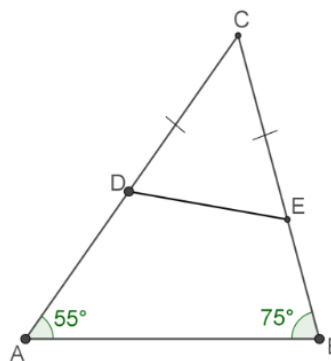
$$\angle AED = \angle ADE = \frac{180^\circ - 150^\circ}{2} = 15^\circ$$



Oppgave 2

$$\angle C = 180^\circ - 55^\circ - 75^\circ = 50^\circ$$

$$\angle CED = \angle CDE = \frac{180^\circ - 50^\circ}{2} = 65^\circ$$



Oppgave 3

Ekstra utfordring: Vinklene E og F er alltid 140° til sammen. Hver av dem kan være i intervallet $\langle 50, 90 \rangle$.

C kan være plassert hvor som helst mellom A og B (men ikke i A eller B).

Oppgave 4

Én måte å løse problemet på, er å systematisere det vi finner ut. Alle trekantene som dannes, er likebeinte og har dermed to like store vinkler. Disse kalles «vinklene ved grunnlinja» i tabellen nedenfor. Tabellen kan ha en kolonne til om en vil ha med alle vinklene i trekantene.

Trekant	Vinklene ved grunnlinja	Mønster	Antall piler
<i>ABC</i>	7°	$1 \cdot 7^{\circ}$	2
<i>BCD</i>	14°	$2 \cdot 7^{\circ}$	3
<i>CDE</i>	21°	$3 \cdot 7^{\circ}$	4
<i>DEF</i>	28°	$4 \cdot 7^{\circ}$	5
	84°	$12 \cdot 7^{\circ}$	13
	91° Umulig. Hvorfor?		

Oppgave 6

Ekstra utfordring: Her må man bruke kunnskap om vinkelsum i en trekant, sum av nabovinkler (supplementvinkler) og toppvinkler.

For å finne vinkel *D* må vi dessuten bruke vinkelsum i firkant. Det er tilstrekkelig med én ekstra opplysning (vinkel) for å finne alle vinklene i figuren.

Oppgave 7

$$\angle DAE = \angle BAD - \angle BAE = 90^{\circ} - 60^{\circ} = 30^{\circ}$$

$$\angle ADE = \angle AED = \frac{180^{\circ} - 30^{\circ}}{2} = 75^{\circ}$$

$$\angle CDE = \angle ADC - \angle ADE = 90^{\circ} - 75^{\circ} = 15^{\circ}$$

