Oppgave 1

Hvilket av disse tallene er ikke heltall? $(11! = 1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6\cdot 7\cdot 8\cdot 9\cdot 10\cdot 11)$

A $\frac{11!}{20}$ B $\frac{11!}{21}$ C $\frac{11!}{22}$ D $\frac{11!}{23}$ E $\frac{11!}{24}$

Tips til veiledning:

- Hva må være oppfylt for at brøkene i løsningsalternativene skal bli hele tall?
- Hvilke løsningsalternativ kan bli et heltall?
- Kontroller løsningsalternativene ved å skrive 11! som et produkt i tellerne, faktoriser nevnerne og forkort.

Oppgave 2

Et tall er delelig med 3 og 5.

Tallet er ikke

A 195 B 230 C 330 D 64200 E 51015

Tips til veiledning:

- Hvordan kan man se på et tall at det er delelig med 5? Hvilke av tallene er delelig med 5?
- Hvordan kan man finne ut om et tall at det er delelig med 3? Hvilke av tallene er delelig med 3?
- Hva må være oppfylt hvis tallet skal være delelig både med 3 og 5?

Oppgave 3

En divisor til et heltall *N* er et heltall som går opp i *N*. Både 1 og *N* regnes blant divisorene til *N*.

Antall positive heltall mindre enn 100 som har nøyaktig tre positive divisorer er

A 2 B 3 C 4 D 5 E 6

Tips til veiledning:

- Velg noen tilfeldige tall og skriv opp alle faktorer i tallene. Hvor mange divisorer har tallene dere valgte?
- Prøv f.eks. å finne ut antall divisorer i tallene 8, 9, 10, 11 og 12?
- Hva slags tall vil ha bare to divisorer? Og hva slags tall vil ha mer enn tre divisorer?
- Hvordan må tallet være for at det skal ha nøyaktig tre divisorer?
- Tallet må ha bare én divisor i tillegg til 1 og tallet selv. Hva slags tall oppfyller dette kravet?

Oppgave 4

Hvor mange av tallene 1, 2, 3, ….., 1000 kan ikke deles med 5 eller 7?

A 314 B 342 C 630 D 658 E 686

Tips til veiledning:

- Hva er mest effektivt: Å begynne med å finne tallene som *ikke* kan deles på 5 eller 7, eller å begynne med å finne nettopp hvor mange tall som *kan* deles med 5 eller 7.
- Hvor mange heltall fra og med 1 til og med 1000 er delelig på 5, og hvor mange er delelig på 7?
- Fins det noen tall som er delelig både på 5 og 7? I tilfelle hvor mange?
- Pass på at ingen tall telles med to ganger. Hvor mange er da *ikke* delelig på 5 eller 7?

Oppgave 5

De 31 heltallene fra 2001 til 2031 adderes og summen divideres med 31.
Hva blir resultatet?

A 2012 B 2013 C 2015 D 2016 E 2496

Tips til veiledning:

- Noen elever vil kanskje begynne med å legge sammen alle tallene og dele på 31. Det blir en stor jobb med mange muligheter til å gjøre feil. Men la dem begynne som de har tenkt. Kanskje begynner de å lete etter en enklere måte å løse problemet på.

- Prøv med et enklere problem: Legg sammen de *tre* heltallene fra 2001 til 2003 og divider på 3. Hva blir resultatet? Og legg sammen de *fem* heltallene fra 2001 til 2005 og divider på 5. Hva blir resultatet?
- Er det et mønster i det dere finner? Hvis ikke, prøv med flere eksempler.
- Prøv å illustrere løsningen ved å tegne.
- Kan samme mønster brukes når det gjelder 31 tall?

Oppgave 6

Hvilket av følgende tall er størst?

A $2^{10}+2^{-10}$ B $2^{10}-2^{-10}$ C $2^{10}+10^{-3}$ D $10^{3}+2^{-10}$ E $10^{3}+10^{-3}$

Tips til veiledning:

- Velg tall som det er lett å sammenligne med hverandre.
- Begynn med to tall. Velg det største av disse og sammenlign dette med et nytt tall.
- Hvilke to tall kan det være lurt å begynne med?
- Det er nyttig å finne ut hva som er størst av 2^{10} og 10^{3}. Fins det en enkel måte å regne ut 2^{10} på?
- Hva er størst av 2^{-10} og 10^{-3}?
- A, B og C har 2^{10} pluss eller minus et tall som er mindre enn 1. Sammenlign de tre alternativene.
- D og E har 10^{3} pluss små tall. Sammenlign det største av dem med det største av tallene A, B og C.

Oppgave 7

Hvilket tall er størst?

A $3{,}13\cdot 3{,}15$ B $9{,}85$ C $\sqrt{9{,}61}\pi$ D π^{2} E $\dfrac{\pi^{3}}{3{,}15}$

Tips til veiledning:

- Sammenlign to og to tall til dere står igjen med det største.
- Hvilke to tall kan man begynne med? Prøv å finne to alternativ som er lett å sammenligne og bruk det største i sammenligning med neste tall.
- Vi regner ofte at $\pi \approx 3{,}14$. Hva er størst av π og 3,14?
- Hvis man f.eks. velger å sammenligne B og D, kan dette være gode tips:
  Regn ut $3{,}14^2$ og sammenlign med 9,85. Hva er størst? Hva er størst av 9,85, $3{,}14^2$ og π^2?
- Tips hvis man sammenligner A og D:
  Se på $3{,}13 \cdot 3{,}15$. Her skjuler konjugatsetningen seg!
  Kan man skrive $3{,}13 \cdot 3{,}15$ på formen $(a - b)(a + b)$? Hva er i tilfelle a og b?
  Hva er størst av $3{,}13 \cdot 3{,}15$ og $3{,}14^2$?
- Tips hvis man sammenligner C og D:
  Hva er størst av π og $\sqrt{9,61}$?
  (Siden elevene ikke får bruke hjelpemidler kan læreren velge å fortelle at $\sqrt{9,61} = 3{,}1$)
  Hva er da størst av $\sqrt{9,61} \cdot \pi$ og $\pi \cdot \pi$?
- Tips hvis man sammenligner D og E:
  $\frac{\pi^3}{3{,}15} = \pi^2 \cdot \frac{\pi}{3{,}15}$, dvs. at π^2 multipliseres med $\left(\frac{\pi}{3{,}14}\right)$. Er dette tallet større eller mindre enn 1?
  Hva er da størst av π^2 og $\pi^2 \cdot \frac{\pi}{3{,}15}$?

Fasit:

Oppgave	Løsning
1	D
2	B
3	C
4	A
5	D
6	C
7	D

Forklaringer

Oppgave 3

Bare kvadrattallene kan være aktuelle løsninger, av disse har kun 4, 9, 25 og 49 nøyaktig tre divisorer

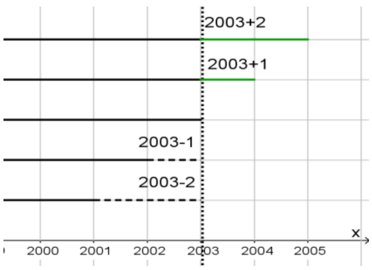
Oppgave 4

200 tall er delelig på 5 (1000 : 5 = 200), 142 er delelig på 7 (1000 : 7 = 142,..). Hvert sjuende av de 200 er også delelig på 7, dvs. 200 : 7 = 28,.. (eller hvert femte av de 142 er delelig på 5, dvs. 142 : 5 = 28,..)

28 er delelig på både 5 og 7 og er blitt talt med to ganger. 200 + 142 – 28 = 314 tall er delelig både på 7 og 5.

Oppgave 5

En visualisering kan være til hjelp. Gjennomsnittet av tallene er det midterste tallet:



Oppgave 6

$$10^3 = 1000 \text{ og } 10^{-3} = \frac{1}{1000}$$

$$2^{10} = 1024 \text{ og } 2^{-10} = \frac{1}{1024} \quad \Rightarrow \quad 2^{-10} < 10^{-3}$$

$$A > B \text{ fordi } 2^{10} + 2^{-10} > 2^{10} - 2^{-10}$$
$$A < C \text{ fordi } 2^{-10} < 10^{-3}$$
$$D < E \text{ fordi } 2^{-10} < 10^{-3}$$
$$C > E \text{ fordi } 2^{10} > 10^{3}$$

Oppgave 7

$A < D$ fordi $3{,}13 \cdot 3{,}15 \quad = 3{,}14^2 - 0{,}01^2 < 3{,}14^2 < \pi^2$

$B < D$ fordi $9{,}85 < 3{,}14^2 = 9{,}8596 < \pi^2$

$C < D$ fordi $\sqrt{9{,}61} \cdot \pi \quad = 3{,}1 \cdot \pi < \pi \cdot \pi = \pi^2$

$E < D$ fordi $\dfrac{\pi}{3{,}15} < 1 \;\Rightarrow\; \dfrac{\pi^3}{3{,}15} = \pi^2 \cdot \dfrac{\pi}{3{,}15} < \pi^2 \cdot 1$