

Oppgave 1

Hva er $3a^b + 8a^{-3b}$ hvis $a^b = 2$?

A 5 B 7 C 8 D 24 E 70

Tips til veiledning:

- Er det nødvendig å finne tall for a og b ?
 - Hvor i uttrykket finnes a^b ?
 - Hva blir verdien av første ledd når $a^b = 2$?
 - Skriv om potensen i andre ledd slik at a^b blir en del av en potens.
 - Erstatt a^b med 2 og skriv oppgaven på nytt.
-

Oppgave 2a

$$(a-b)^5 + (b-a)^5 =$$

A 0 B $2(a-b)^5$ C $2a^5 - 2b^5$ D $2a^5 + 2b^5$

E $2a^5 + 10a^4b + 20a^3b^2 + 20a^2b^3 + 10ab^4 + 2b^5$

Tips til veiledning:

- Hvis noen elever vil multiplisere ut parentesene, kan de godt begynne med det. Det går fint hvis man bruker binomialformelen (Pascals talltrekant).
- Skriv om uttrykket slik at det står $(a-b)$ i begge ledd. Hvordan vil regnestykket i oppgaven se ut da?
- Hva blir fortegnet til $(b-a) = -(a-b) = (-1)(a-b)$ hvis parentesen opphøyes i femte potens?

Obs. Læreren må være klar over at det er mulig å få riktig svar ved å regne *feil* her,

$$(a-b)^5 + (b-a)^5 = a^5 - b^5 + b^5 - a^5 = 0 \text{ eller } (a-b)^5 + (b-a)^5 = (a-b+b-a)^5 = 0, \text{ så}$$

det er viktig å ikke bare fokusere på riktig løsning, men like mye på hvordan elevene regner.

Oppgave 2b er et alternativ for å unngå denne fellen.

Alternativt: Oppgave 2 b

$$(a-b)^6 + (b-a)^6 =$$

$$A \ 0 \quad B \ 2(a-b)^6 \quad C \ 2a^6 - 2b^6 \quad D \ 2a^6 + 2b^6$$

$$E \ a^6 - 6a^5b + 15a^4b^2 - 20a^3b^3 + 15a^2b^4 - 6ab^5 + b^6$$

Tips til veiledning:

- Hvis noen elever vil multiplisere ut parentesene, kan de godt begynne med det. Det går fint hvis dere bruker binomialformelen (Pascals talltrekant).
 - Skriv om uttrykket slik at det står $(a-b)$ i begge ledd. Hvordan vil regnestykket i oppgaven se ut da?
 - Hva blir fortegnet til $(b-a) = -(a-b) = (-1)(a-b)$ hvis uttrykket opphøyes i sjette potens?
-

Oppgave 3

Hvor mange løsninger har likningen $2^{2x} = 4^{x+1}$?

$$A \ 0 \quad B \ \text{Uendelig mange} \quad C \ 2 \quad D \ 1 \quad E \ 3$$

Tips til veiledning:

- Kan begge potensene i likningen skrives med samme grunntall? Hvilket tall kan være grunntall i begge potensene?
 - Hvis to potenser med samme grunntall skal være like store, hva vet vi da om eksponentene?
 - Hvis begge potensene har samme grunntall, må eksponentene være like store. Skriv likningen vi får når vi setter eksponentene lik hverandre. Hvor mange løsninger har denne likningen?
 - Er det mulig å skrive likningen med like grunntall på begge sider på mer enn én måte? Forklar.
 - Kanskje vil noen elever prøve å løse oppgaven grafisk: Tegn grafene til venstre og høyre side i likningen hver for seg. Hvordan vil dere lete etter løsning?
-



Oppgave 4

De positive heltallene a, b, c, d oppfyller sammenhengen $a + 2 = b - 2 = c \cdot 2 = d / 2$.

Hvilket av de fire tallene a, b, c eller d er størst?

A a B b C c D d E det kan ikke bestemmes entydig

Tips og spørsmål som læreren kan stille:

- Her kan elevene komme til å angripe problemet svaært forskjellig. La dem følge de ideene de har og prøv å veilede dem framover derfra.

Elevene kan prøve å løse oppgaven *algebraisk*.

- F. eks. hvis $a + 2 = b - 2$, hva er da størst av a og b når vi vet at de er positive heltall?
- Velg to uttrykk som er lik hverandre og finn ut hvilken bokstav som har størst verdi. Gå videre med bokstaven med størst verdi og velg en ny likhet.
- Vær oppmerksom på at oppgaven kan deles i mange likheter, at f.eks. $a + 2 = b - 2$, $a + 2 = c - 2$ og $a + 2 = d / 2$?

Elevene kan *prøve med et talleksempel*, f.eks. velge et positivt heltall for en av bokstavene, og så finne de neste tallene med denne verdien som utgangspunkt. Da vil man til slutt måtte vurdere om svaret vil gjelde uansett hvilket positivt tall man velger først:

- Hvilken bokstav kan man begynne med? Er det likegyldig hvilket av de fire uttrykkene i oppgaven man velger først?
- Hvilket tall velger dere for bokstaven i det uttrykket dere begynner med?
- Regn ut et av de andre tallene. Hvilket av de to tallene ble størst?
- Bruk det største av tallene du har regnet ut til å regne ut et tredje tall. Finn det største av disse. Og regn ut det siste tallet ved hjelp av de foregående.

Oppgaven kan også løses ved *tegning*. Man kan la en av bokstavene represneteres ved et linjestykke. Så kan de andre tallene tegnes som linjestykker i forhold til dette.

- Hvilken bokstav kan man bruke som lengden til det første linjestykket? Er det likegyldig hvilken bokstav man velger å begynne med?
- Tegn et linjestykke for neste bokstav med utgangspunkt i det første.
- Tegn linjestykker til de neste bokstavene med utgangspunkt i de som er tegnet og sammenlign.

Oppgave 5

Anne og Beate har til sammen kr 120, Beate og Cecilie har til sammen kr 60 og Anne og Cecilie har til sammen kr 70.

Hvor mange kroner har de totalt?

A 120 B 125 C 130 D 180 E 190

Tips til veiledning:

- Hva spør oppgaven om?
- Kanskje vil elevene vil oversette de tre setningene til algebraiske likninger. Hvis de gjør det, la dem følge denne planen først. Hvordan vil likningene se ut?
- Sett opp likninger for hver av opplysningene som er gitt i oppgaven. Hvor mange likninger blir det, og hvor mange ukjente?
- Velg to av likningene og finn den samme ukjente uttrykt på to måter. Disse to uttrykkene må være like store.
- Løs likningssett dere nå har fått.
- Her regner man ut hvor mange penger hver av jentene har. Er det nødvendig for å løse oppgaven?
- Legg sammen alle tre beløpene. Hvor mange ganger er da Annes, Beates og Cecilies penger medregnet?
- Hvordan kan dere med denne summen finne ut hvor mange kroner jentene har til sammen?

Oppgave 6

Johanne har 18 røde blyanter. Det er 15 % av alle blyantene hennes. I tillegg er 40 % blå og 45 % er grønne.

Hvor mange blå blyanter har hun?

A 40 B 45 C 46 D 48 E 50

Tips til veiledning:

- Hva spør oppgaven om?
- Noen elever vil regne ut dette ganske raskt. Be disse elevene forklare hvordan de tenker, hva de gjør og hvorfor.
- Omtrent hvor stort antall de forventer dere å finne? F.eks. dobbelt så mange eller tre ganger så mange som antall røde blyanter.



Lærerveiledning

- Hvis 18 blyanter er 15 % av alle blyantene, hvor mange blyanter er da 5 % av alle? Og hvor mange blyanter vil utgjøre 40 % av alle?
 - Kanskje noen vil løse oppgaven ved å tegne. Elevene kan f.eks. tegne to like lange linjer parallelt, den ene fra 0 % til 100 %, den andre fra 0 til «*alle blyantene*». En tegning kan hjelpe elever med forståelsen (se illustrasjon etter fasiten).
 - Vil Johanne ha fargeblyanter som verken er røde, blå eller grønne?
-

Oppgave 7

Tom og John er til sammen 23 år, John og Alex er til sammen 24 år og Tom og Alex er til sammen 27 år.

Hvor gammel er den eldste av dem?

A 10 år B 11 år C 12 år D 13 år E 14 år

Tips til veiledning:

- Noen elever vil kanskje sette opp likninger ut fra oppgaveteksten. Hvor mange likninger og hvor mange ukjente blir det?
 - Finn den enes alder uttrykt ved en av de andres alder, og sett dette inn i en av de andre to likningene.
 - Løs likningssettet og finn alderen til alle tre guttene.
 - Er det nødvendig å finne alderen til alle tre for å løse oppgaven?

 - Kanskje noen elever ser på svaralternativene og vurderer dem. Hvilke alternativer kan det helt sikkert ikke være?
 - Kan den eldste være 10 år når to av dem til sammen er 27 år? Kan den eldste være 11 år når to av dem til sammen er 27 år? Osv.

 - Kan Tom og Alex være like gamle når alle aldrene oppgis som hele tall?
 - Hvis Tom og Alex til sammen er 27 år og den ene skal være eldre enn den andre, hvor gammel må den eldste *minst* være? Kan John være eldre enn dette?

 - Det fins flere måter å angripe problemet på: Hvis man legger sammen de tre aldre som er gitt i oppgaven, hvor mange ganger er da alderen til hver av dem regnet med?
 - Hvor gamle må de da være til sammen?
 - Oppgaven oppgir alderen til to og to av dem. Velg de to som er færrest år til sammen. Hvor gammel må da den tredje være?
-

Fasit:

Oppgave	Løsning
1	B
2 a	A
2 b	B
3	A
4	D
5	B
6	D
7	E

Forklaringer

Oppgave 1

$$a^b = 2$$

$$a^{-3b} = (a^b)^{-3} = 2^{-3}$$

$$3a^b + 8a^{-3b} = 3 \cdot 2 + 8 \cdot 2^{-3} = 6 + 8 \cdot \frac{1}{8} = 6 + 1 = 7$$

Oppgave 2a

$$(a-b)^5 + (b-a)^5 = (a-b)^5 + (-(a-b))^5 = (a-b)^5 + (-1)^5(a-b)^5 = (a-b)^5 - (a-b)^5 = 0$$

Eller, med binomialformelen:

$$(a-b)^5 + (b-a)^5 =$$

$$a^5 - 5a^4b + 10a^3b^2 - 10a^2b^3 + 5ab^4 - b^5 + b^5 - 5b^4a + 10b^3a^2 - 10b^2a^3 + 5ba^4 - a^5 = 0$$

Oppgave 2b

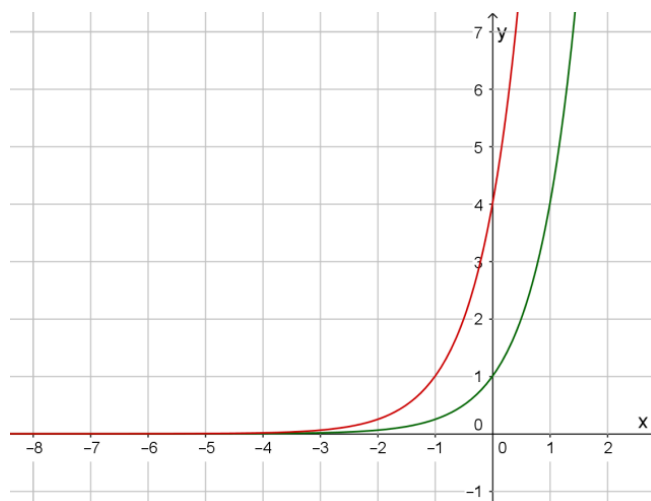
$$(a-b)^6 + (b-a)^6 = (a-b)^6 + (-(a-b))^6 = (a-b)^6 + (a-b)^6 = 2(a-b)^6$$

Oppgave 3

$$\begin{array}{ll}
 2^{2x} = 4^{x+1} & \text{eller} \quad 2^{2x} = 4^{x+1} \\
 2^{2x} = (2^2)^{x+1} & (2^2)^x = 4^{x+1} \\
 2^{2x} = 2^{2(x+1)} & 4^x = 4^{x+1} \\
 2x = 2x + 2 & x = x + 1 \\
 0 = 2 & 0 = 1
 \end{array}$$

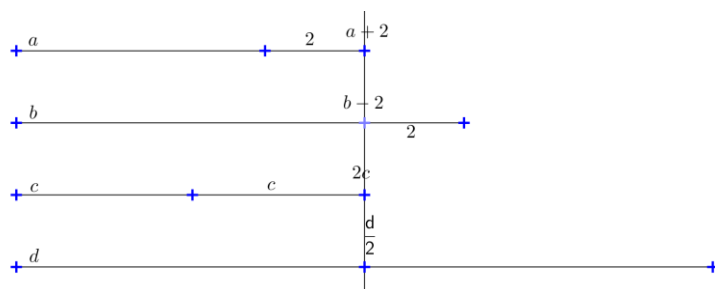
Likningen har ingen løsning

Hvis vi tegner grafene til venstre og høyre side i likningen hver for seg, ser det ut til at de aldri vil skjære hverandre. I GeoGebra kan vi bruke kommandoen *Skjæring mellom to objekt*, - skjæringspunktet er udefinert fordi det ikke finnes.



Oppgave 4

Forklaring med tegning



Oppgave 5

$$\begin{array}{l}
 A + B = 120 \Rightarrow B = 120 - A \\
 B + C = 60 \Rightarrow 120 - A + C = 60 \Rightarrow -A + C = -60 \\
 A + C = 70 \Rightarrow 2C = 10 \\
 C = 5 \quad A = 65 \quad B = 55
 \end{array}$$

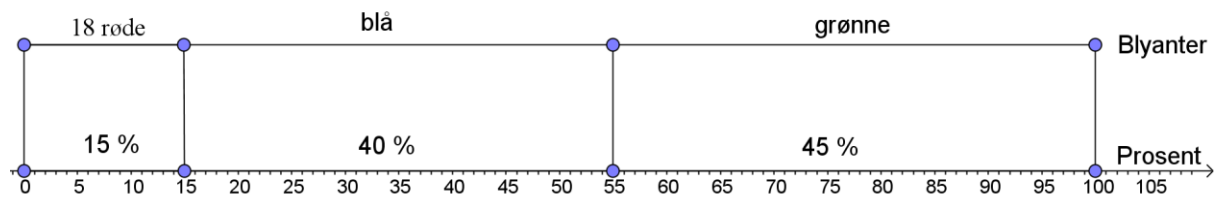
$$\text{Løsning: } 5 + 65 + 55 = 125$$

Eller

$$\begin{array}{l}
 (a + b) + (b + c) + (a + c) = 120 + 60 + 70 \\
 2a + 2b + 2c = 250 \\
 a + b + c = 125
 \end{array}$$

Oppgave 6

Forklaring med tegning



6 blyanter vil utgjøre 5% av alle, 12 blyanter er 10%, og $12 \cdot 4 = 48$ blyanter er 40%.

Oppgave 7

Lar T , J og A stå for alderen til de tre guttene.

Tom og Alex er 27 år til sammen. De kan ikke være like gamle, den eldste er minst 14 år. Det gir svaralternativ E.

Eller:

$23 + 24 + 27 = 74$. De er de til sammen halvparten av 74 år, dvs. 37 år. To av dem er til sammen 23 år. Da må den tredje være 14 år. Siden dette er det høyeste mulige svaralternativet, må den eldste være 14 år.

Eller

$$T + J = 23 \Rightarrow T = 23 - J$$

$$J + A = 24 \Rightarrow A = 24 - J$$

$$T + A = 27 \Rightarrow T + A = 27$$

$$23 - J + 24 - J = 27$$

$$47 - 2J = 27 \Rightarrow J = 10$$

$$T = 23 - 10 = 13$$

$$A = 24 - 10 = 14$$

Alex er eldst, har er 14 år.