

# PROBLEMLØSNING, ER BARE NOE VI MÅ FIKSE

Novemberkonferansen 2019

---

Tone Skori  
[tone.skori@asker.kommune.no](mailto:tone.skori@asker.kommune.no)

# Mitt mystiske tall

-----

- Tallet har 6 siffer
- Sifrene på enerplassen og tierplassen er de to minste oddetallene. De andre sifrene er partall og ingen av dem er like
- Sifferet på hundrerplassen er lik summen av sifrene på enerplassen og tierplassen
- Sifferet på tusenplassen er 2 ganger sifferet på tierplassen
- Sifferet på hundretusenplassen er det dobbelte av sifferet på hundrerplassen
- Det er to løsninger på oppgaven

# Kjerneelementene i faget matematikk

1. Utforskning og problemløsning
  - De fem første kjerneelementene beskriver arbeidsmåter, metoder og tenkemåter i matematikk
2. Modellering og anvendelser
3. Resonnering og argumentasjon
  - Elevene skal møte det sjette kjerneelementet gjennom de fem første kjerneelementene
4. Representasjon og kommunikasjon
5. Abstraksjon og generalisering
6. Matematiske kunnskapsområder

# Utforskende og problemløsende undervisning – hva er det?

$$37 + 59$$

Er dette problemløsende oppgave?

# Utforskning og problemløsning

- Handler om at elevene leter etter mønster og prøver å finne sammenhenger
- Prøver å finne en løsningsmetode på et problem de ikke kjenner fra før
- Oppgaven er et problem hvis du ikke vet hva du skal gjøre for å løse det. En oppgave som kan løses rutinemessig eller med en kjent framgangsmåte er ikke et problem.

# Hvorfor jobbe med problemløsningsoppgaver?

- Barn blir mer fleksible og effektive når de møter problemer og får tidlig erfaring med problemløsning
- De får en mulighet til å utvikle både glede, selvsikkerhet, og et mangfold av strategier, noe som er nødvendig for positive erfaringer med all matematikk og for resten av livet (Carlsen, Wathne, Blomgren 2017)
- Elever som får eksplisitt undervisning i sentrale matematiske problemløsningsstrategier blir bedre problemløsere enn elevene som får tradisjonell undervisning

# Problemløsningsstrategier

- Lag en visualisering f.eks. lage en tegning, et diagram, bruke konkrete
- Prøve og feile/prøve og forbedre, fra tilfeldig til mer systematisk
- Jobbe systematisk på ulikt vis, f.eks. lage en tabell
- Se etter mønster/mønstersniffing
- Arbeid baklengs
- Forenkle problemet

# Hva er lærerens rolle?

- Hjelp til at elevene forstår oppgaven/problemet
- Finne konkretiseringsmaterieell som elevene kan bruke og arbeide med for å løse problemet
- Poengtere at oppgaven kan løses på flere måter
  
- Ikke gi for mye hjelp, men heller stille spørsmål
- Legge merke til ulike løsninger som elevparene gjør, for å trekke fram i oppsummeringen



## Hva er lærerens rolle? forts

- Prøve å tenke ut ulike måter elevene kan komme til å løse oppgaven på
- Følge med på elevene mens de arbeider og se hvilke strategier de bruker. Still spørsmål om nødvendig.
- Velge bidrag fra elevene etter hva som er målet med timen
- Plassere bidragene i en god rekkefølge
- Fremheve viktige begreper. Trekk tråder

# Samtaletrekk

Samtaletrekk	Det kan høres ut som...	Hva en lærer gjør
1. Gjenta	«Så du sier at ...?»	Repeterer deler eller alt en elev sier, og ber deretter eleven respondere og bekrefte om det er korrekt eller ikke.
2. Repetere	«Kan du gjenta hva han sa med dine egne ord?»	Spør en elev om å gjenta en annens elevs resonnering
3. Resonnere	«Er du enig eller uenig, og hvorfor?» «Hvorfor gir det mening?»	Spør elevene om å bruke deres egen resonnering på noen andres resonnering
4. Tilføye	«Har noen noe de vil føye til?»	Prøver å få elevene til å delta i en videre diskusjon
5. Vente	«Ta den tiden du trenger ... vi venter.» (Teller sakte til 10 inni deg.)	Venter uten å si noe
6. Snu og snakk	«Snu og snakk med sidemannen din»	Sirkulerer og lytter til samtalene mellom elevene. Bruker informasjonen til å velge hvem du skal spørre.
7. Endre	«Har noen av dere forandret tenkingen deres?»	Tillater elevene å endre tenkingen etter som de får ny innsikt.

# Åtte aspekter ved undervisningen som lærere bør reflektere over

1. Hvem snakker mest i den delen av timen hele klassen er samlet?
2. Hvilke type spørsmål stiller jeg?
3. Hvem svarer på spørsmålene?
4. Hvor godt hører jeg etter på elevenes svar og prøver å forstå hva de sier?
5. Hva gjør jeg med elevenes svar?
6. Hvordan legger jeg til rette for læring?
7. Hvor trygge er elevene på å ta sjanser, prøve ut ideer og gjøre feil?
8. Hva kommuniserer kroppsspråket mitt?

# Hva er elevenes rolle?

- Beskrive og forklare sin egen tankegang
- Gjøre seg opp en mening og stille spørsmål med utgangspunkt i andres tankegang
- Kommunisere nye ideer, argumentere og drøfte matematiske problemer, løsninger og strategier

# Noa



Noa så 12 ben som gikk ombord i arken.

Hvor mange dyr kan han ha sett?

Hvor mange forskjellige svar kan du finne?

Kan du forklare hvordan du kom fram til de forskjellige svarene?

- Hva slags dyr kunne det ha vært?
- Hvor mange ben har de hver?
- Hva er det største antallet dyr han kunne ha sett?
- Hva er det minste antallet dyr han kunne ha sett?

Denne oppgaven har svært mange ulike  
løsninger!

Bruk fantasien og finn så mange som mulig!

# Hva ønsker vi med denne oppgaven?

- Det å introdusere litt humor i matematikken kan øke gleden – og elevene synes ofte at denne aktiviteten er ganske morsom.
- Den gir elevene en god mulighet til å øve seg på telling og på det å notere funnene sine på forskjellige måter.
- I tillegg kan alle ha forskjellige, men samtidig riktige svar.
- Elevene må finne strategier for å holde orden på hvor langt de har telt når det gjelder antall ben, og de må regulere og justere fremgangsmåten når de nærmer seg tolv.
- Inkludering av dyr med ett 'ben', sånn som snegler, ingen ben sånn som slanger, og alle andre muligheter er morsomt og får fram interessante refleksjoner hos elevene.
- De overrasker deg fort med lure løsninger!



## En mulig tilnærming

Du kan:

Be om forslag og oppmuntre elevene til å tegne dyrene sine på tavla. Tell antall dyr som hvert barn tegner og diskuter hvem som har tegnet flest, færrest, eller samme antall.

Gi elevene plastilin og 12 like lange sugerørsbiter slik at de kan lage en utstilling av dyr med totalt 12 ben.

La hvert barn tegne et bilde, skriv summen under (f. Eks  $6+4+2=12$ ) og sett alle bildene sammen til en liten bok: "Vår fortelling om 12".

### **Gode veiledningsspørsmål**

Hva slags dyr kunne det ha vært?

Hvor mange ben har de hver?

Hva er det største antallet dyr han kunne ha sett?

Hva er det minste antallet dyr han kunne ha sett?

### **Mulige utvidelser**

Du kan stille spørsmål som: Hva hvis det var 12 dyr? Hvor mange ben kunne det ha vært?

Hva om det var flere ben? – 18, 24, 19 ... eller færre?



3 CAUFER AV HUND O KATT

Hund  GLEKKSPRUT  
 OTR

Katt 

Katt  + 4 + 2 + 2 + 2 + 2 = 12

1 STRUTSE

KATT

$$4 + 2 + 2 + 2 + 2 = 12$$

2 HUNNER 

MINSTOR 4 + 4 + 2 + 2 = 12

SLANGELN 



2 HANER + 4

$4+4+4$	$= 12$
$2+4+2+4$	$= 12$
$8+4$	$= 12$
$2+2+8$	$= 12$
$1+4+2+2+4+2$	$= 12$
$8+2+4$	$= 12$

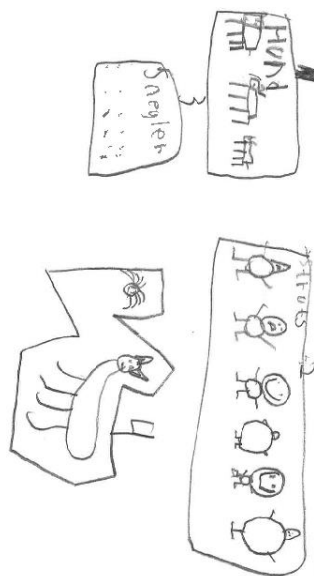
2 HANE OG 1 RØSVIN  
 2 RØR OG 2 STRUTSER OG 21 FILER  
 12 SNEGLE  
 1 HAN 4 STRUTS 1 EDERLØR  
 1 HANDE OG 1 RØR

03



12 snegler	10 snegler 1 struts
3 hunder	6 struts
3 katter	
1 eder kopp 2 bøner	
1 eder KOPP	1 hund <small>4 snegler</small>
8 snegler	1 hund
1 eder kopp 2 struser	
1 hund 2 katter	
13 mari høner	
6 høner	

3 hunder	3 panter
12 snegler	3 leoparder
6 struts	4 snegler og en eder kopp
1 eder kopp og 1 katt	
3 pigsvin	
3 katter	
1 veps og struts	
3 mus	
6 fugler	
1 veps og 2 snegler	
1 veps og 1 fugel	
3 elefanter	
3 tigere	
1 tiger og en elefant og en hund	
6 lemen	



$$+ \begin{array}{|c|} \hline \text{||||} \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \text{||||} \\ \hline \end{array} = \text{|||||} \text{||}$$

$$3 + 8 = 12$$

|||||

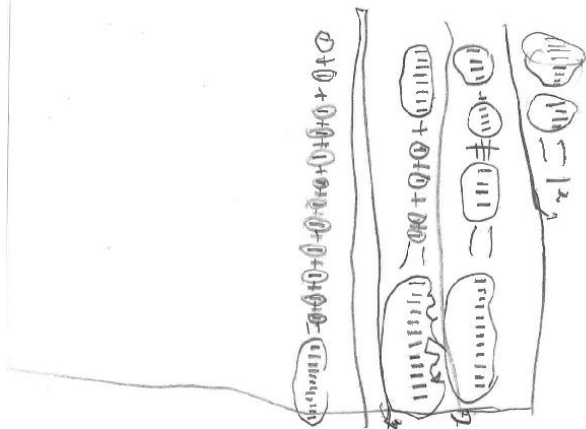
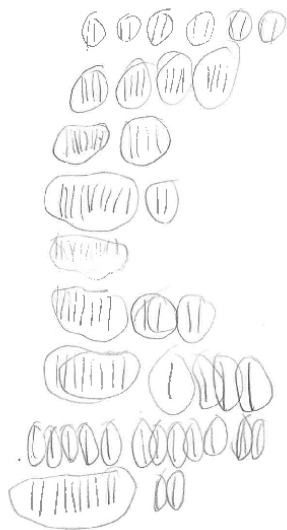
$$|||| + ||| + ||$$

$$|||| + |||| = 12$$

||| |||||



4R1



# Drops!

7 drops skal fordeles på 3 barn.

På hvor mange måter kan disse dropsene fordeles?

Alle barna må alltid ha ett eller flere drops og alle dropsene må brukes hver gang.

Hensikten med oppgaven:

Oppgaven er et kombinatorisk problem, men egner seg veldig godt til å bygge tallforståelse på alle nivå. Den gir også god trening i å systematisere, tenke logisk, argumentere og holde orden på en uoversiktlig tallmateriale

Utstyr: Sirkulære tellebrikker, skrivebok og skrivesaker

Arbeid sammen to og to eller grupper på tre til fire

# Hva kjennetegner problem- og rike oppgaver?

1. Ha lav inngangsterskel, slik at alle har mulighet til å komme i gang
2. Opplevs som utfordrende, kreve arbeidsinnsats over tid
3. Kunne løses på ulike måter, med ulike strategier og ulike representasjoner
4. Initiere matematisk diskusjon ut fra elevenes løsningsforslag. Diskusjonen skal løfte frem ulike løsninger og matematiske ideer
5. Fungere som brobygger mellom matematiske emner
6. Kunne føre til at elevene sammen med lærer kan formulere nye interessante problem
7. Introdusere viktige matematiske ideer og løsningsstrategier



# Kraker og bord

Tenk dere at en snekker lager kraker med 3 bein og bord med 4 bein. En dag hadde snekkeren brukt opp 33 bein. Hvor mange stoler og bord kan han ha laget?



[https://www.mattelist.no/sok/ressurs/  
barnetrinn](https://www.mattelist.no/sok/ressurs/barnetrinn)



Hjernen min er som  
en muskel.  
Når jeg trener den,  
blir den  
sterkere!



# Kilder

- [www.matematikkjentret.no/listoppgaver](http://www.matematikkjentret.no/listoppgaver)
- «Vurdering av matematisk problemløsning» Masteroppgave av Lene Grøterud Leer
- «Matematisk problemløsning» av Svein H. Torkildsen, Matematikkjentret nov.2017
- «Problemløsning i barnehagen» av Camilla N. Justnes, Matematikkjentret
- «Problemløsning for de yngste barna i skolen» Realfagskonferansen mai 2018 av Camilla N. Justnes
- «Utforskning og problemløsning i klasserommet» Multiaden 2019 av Ann-Christin Arnås