

Lag det tallet

Mål

Generelt: Vurdere tallstørrelser og forståelse for hva de ulike regneoperasjonene gjør med tallene. Eksperimentering med tall og øvelse i hoderegning.

Spesielt: Prioritering av regnearter. Behov for å skrive utregning på en tydelig måte, som kan innebære naturlig bruk av parenteser. Utnytte identitetslementene 0 og 1 i regneuttrykket, 0 ved addisjon og subtraksjon og 1 ved multiplikasjon og divisjon.

Gjennomføring

Utstyr: Kortstokk

Organisering: 3-4 elever spiller sammen

Spillets gang:

1. Del ut fem kort til hver elev.
2. Snu det øverste kortet i bunken med bildesiden opp. Dette er måltallet.
3. Hver spiller prøver å kombinere sine kort ved addisjon/subtraksjon/multiplikasjon og divisjon for å lage måltallet. De kan bruke så mange av de fem kortene som de ønsker, men hvert kort kan brukes bare en gang.
4. Hver spiller skriver sitt beste forslag på et ark og legger til side kortene de har brukt.
5. Kortet med måltallet legges i bunnen av kortstokken.
6. Spillerne tar nye kort, like mange som han/hun har brukt til å lage regnestykket.
7. Nytt kort fra toppen av kortstokken snus og blir det nye måltallet. Ny runde spilles.
8. Spillet fortsetter til det ikke er flere kort å trekke for å erstatte kort som spillerne har spilt ut.
9. Vinneren er den som har spilt ut flest kort, dvs. brukt flest kort på å danne måltallet.
10. Klassesamtale som oppsummerer noen aspekter ved aktiviteten

Eksempel: Måltallet er 8 og kortene man trekker er $9 - 5 - 3 - 6 - 4$.

Mulige løsninger kan være: $5 + (6 - 3)$ (bruker 3 kort), eller $(9 - 3) + (6 - 4)$ (bruker 4 kort), eller $(9 + 3 - 4) \cdot (6 - 5)$ (bruker alle 5 kortene).

Matematiske sammenhenger

I dette spillet skal elevene kombinere ulike tall for å lage måltallet. Elevene kan bruke alle regnearter og kombinere tallene slik at de oppnår ønsket måltall. De kan bruke to eller flere kort for å lage tallet. Det er selvfølgelig lurt å bruke så mange kort som mulig, da vinneren er den som bruker flest kort. Elevene skriver regnestykket som gir måltallet i hver runde. Dette utfordrer elevene på hvordan de så presist som mulig, kan vise utregningen de gjør. I klassesamtalen om spillet, kan du som lærer legge vekt på ulike ting.

Vi har valgt å legge fokus på fire ulike matematiske sammenhenger du kan trekke fram i samtalen med elevene. Disse sammenhengene er: effektive hoderegningstrategier, prioritering av regnearter, matematisk notasjon og bruk av identitetslement.

Strategier

Når elevene får sine kort kan de tilfeldig begynne å prøve ulike kombinasjoner med kortene sine. Etter litt prøving og feiling kan de finne fram til kombinasjoner som gir måltallet. En mer effektiv strategi kan være å se på måltallet, vurdere hvilke tallkombinasjoner som gir dette tallet og se om man kan lage disse tallkombinasjonene.

Vi ser på et eksempel der måltallet er 8. Eleven vurderer hvilke kombinasjoner som gir 8, f.eks. $0 + 8$, $1 + 7$, $2 + 6$ osv. $9 - 1$, $10 - 2$, $11 - 3$ osv. $2 \cdot 4$ eller $16 : 2$ osv. En annen måte kan være å ta utgangspunkt i et tall de kan lage for eksempel 5. De tenker videre hva må jeg gjøre med 5 for å få 8. Elevene kan også ta utgangspunkt i to kort de har, f.eks. 9 og 3. De vurderer hvilke tall de kan lage med disse tallene. De kan addere, $9 + 3 = 12$, subtrahere, $9 - 3 = 6$, multiplisere, $9 \cdot 3 = 27$ eller dividere, $9 : 3 = 3$.

Prioritering av regnearter, bruk av likhetstegnet og matematisk notasjon

Å prioritere regnearter i riktig rekkefølge er vanskelig for mange elever og det er ikke så enkelt å finne gode situasjoner som viser konsekvensen av reglene for prioritering av regnearter. I denne aktiviteten kan det være mulig å finne gode eksempler på hvordan prioritering av regneartene slår ut ved å prioritere ulikt.

Det er kort vei fra prioritering av regnearter til matematisk notasjon med parenteser. Vi kan se på diskusjon om prioritering av regnearter, som et steg på veien til å se behovet for parenteser. En elev laget måltallet 8 med følgende regnestykke: $13 - 11 \cdot 3 + 2 \cdot 1$. Følger man reglene for prioritering av regnearter får man (-18) som svar. Dette eksemplet viser hvorfor man må bruke parenteser for å beskrive de ulike regneoperasjonene eleven har gjort. Med bruk av parenteser ser regnestykket slik ut: $((13 - 11) \cdot 3 + 2) \cdot 1$.

I sammenheng med diskusjon om prioritering av regnearter, vil behovet for å bruke parenteser naturlig tvinge seg frem. Når elevene oppdager denne muligheten, vil det helt sikkert komme mange fine eksempler som kan brukes i oppsummering av spillaktiviteten. Velg ut eksempler som viser bruk av parenteser på ulike måter, både nødvendig/unødvendig og riktig/gal bruk av parenteser.

Elever har ofte en ukritisk bruk av $=$ -tegnet. F.eks. $2 + 3 = 5 \cdot 4 = 20 - 8 = 12 : 2 = 6$. Slike regnestykker vil være et godt utgangspunkt for å diskutere bruk av likhetstegnet. Man kan avtale med elever f.eks. bruk av piler (\rightarrow) for å symbolisere at det er en regneprosess.

Bruk av identitetslementer

0 er identitetslement ved addisjon og subtraksjon og 1 er identitetslement ved multiplikasjon og divisjon. Målet med spillet er å bruke flest mulig kort. Å utnytte identitetslement vil være en effektiv måte å få brukt flere kort uten at de har betydning for svaret på regnestykket. Dersom man velger å framheve denne strategien, velg eksempler som viser hvordan man kan utnytte identitetslementer i addisjon/subtraksjon

Spill – Lag det tallet – Erfaringer fra utprøving

og multiplikasjon/divisjon. Identitetsenelementene utnyttes både i brøkkregning og arbeid med ligninger. I brøkkregning utnyttes identitetsenelementet 1 når vi finner fellesnevner og ved utvidelse og forkortelse av brøker. Vi multipliserer eller dividerer med 1 og skriver 1 som brøk på en slik måte at vi får fine tall å jobbe med. I arbeid med ligninger utnytter vi identitetsenelementene når vi jobber for å få x alene på den ene siden av likhetstegnet.

Erfaringer fra utprøving

Aktiviteten er prøvd ut med elever på 7. trinn og ble introdusert med bilde av måltallet på tavla og fem tilfeldige kort. Spillereglene ble forklart og elevene ble utfordret på hvordan de kunne bruke kortene til å lage måltallet. Det ble presisert at alle utregninger måtte skrives ned.

Ved første utprøving ble elevene delt i grupper på 2 – 3 elever. Vår erfaring er at de trenger litt tid til å bli kjent med reglene i spillet. Elevene ble raskt satt i gang

med å spille og lærer gikk rundt og veiledet gruppene som ikke har fått med seg alle reglene. Etter en stund samlet vi klassen for å dele noen eksempler på regnestykker elever har laget. I begynnelsen brukte elevene stort sett bare addisjon og subtraksjon. Det var derfor fint for hele klassen å få noen innspill på hvordan man kunne lage regnestykker der man bruker så mange av tallene som mulig.

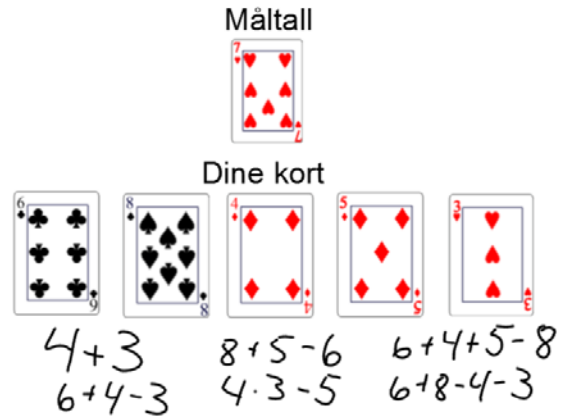
Ved andre utprøving spilte elevene i par. To par spilte mot hverandre. Dette ga større aktivitet og det ble mer diskusjon. Vi vil derfor anbefale denne måten å organisere spillet på.

I oppsummering av spillet har vi prøvd ut to ulike varianter. I den første oppsummeringen valgte elevene et regnestykke som de var spesielt fornøyd med. Eleven skrev regnestykket på tavla og de andre elevene skulle gjette hvilket måltall de hadde laget. I den andre oppsummeringen fikk elevene presentert fem tall og et måltall. Elevene fikk noen minutter til å lage måltallet med så mange av kortene som mulig.

I den første oppsummeringen fikk vi gjennom regnestykkene elevene hadde valgt, fokus på notasjon og bruk av parenteser og bruk av identitetsenelementene. Mange elever hadde tatt i bruk strategier som ble vist i ideutveksling tidlig i spillet. Elevene valgte å vise regnestykker der de hadde klart å bruke alle kortene.

I den andre oppsummeringen ble det enklere å sette fokus på hvordan man på ulike måter kan lage måltallet med de samme tallene. Denne oppsummeringen gjorde det enklere å sammenligne ulike skrivemåter.

Spillet har lav inngangsterskel og elever kan lage regnestykker ut fra sin matematiske kompetanse. Vi fikk eksempler på elever som brukte kvadratroten i ene ytterkanten til elever som beskriver regneprosessen i flere steg uten å bruke parenteser til å gjøre notasjonen enklere i den andre ytterkanten. Vi har prøvd ut spillet i to runder og ser at det tar tid for elevene å dra nytte av strategier de får presentert felles i klassen. Ved andre utprøving hadde flere elever tilsynelatende «glemt» hvilke smarte strategier noen elever presenterte ved forrige runde. Spillet kan derfor med fordel brukes gjentatte ganger. Det vil hele tiden være utviklingsmuligheter og rom for elevene til å utvikle sin matematiske kompetanse. Det kan være krevende for deg som lærer å samle trådene og velge ut hva du vil legge fokus på. Vårt råd er å konsentrere seg om noen få momenter man legger vekt på. Det kan fort bli mange baller i lufta som man ikke greier å lande.



Figur 1: Introduksjon av "Lag det tallet" med forslag til hvordan man kan lage måltallet 7.

Innspill elevene har kommet med

Under utprøving hadde vi mest fokus på prioritering av regnearter og bruk av likhetstegnet, matematisk notasjon og bruk av nøytrale element.

Prioritering av regnearter og bruk av likhetstegnet

Mange elever bruker likhetstegnet ukritisk. Figur 2 viser et eksempel på dette. Eleven bruker likhetstegnet mellom hvert steg i utregningen. Under elevens notasjon er det vist hvordan man kan bruke pil i stedet for likhetstegnet. Vi velger å gjøre dette for å gjøre det tydeligere for elevene når og hvordan de kan bruke likhetstegnet. Elevens notasjon er et godt utgangspunkt for å diskutere hva likhetstegnet betyr og vil tvinge fram behov for å skrive regnestykket på en annen måte. De fleste elevene starter her. En naturlig utvikling vil være å bruke pil til å vise hvert steg i utregningen, deretter vil elevene etter hvert oppdage effektiviteten i å prioritere regnearter og bruke parenteser.

$$13 + 11 = 24 : 4 = 6 + 5 = 11 - 3 = \underline{\underline{8}}$$

$$13 + 11 \longrightarrow 24 : 4 \longrightarrow 6 + 5 \longrightarrow 11 - 3 \longrightarrow 8$$

Figur 2: Elevens regnestykke og vårt forslag til hvordan man kan skrive regnestykket.

Figur 3 er et eksempel på hvorfor man må bruke parentes for å overstyre prioritering av regnearter. Eleven hadde skrevet regnestykket uten bruk av parenteser og prioritering av regnearter gjør at elevene får galt måltall uten å bruke parenteser. Dette eksemplet er egnet til å få fram forskjellen på $13 - 2 - 2 \cdot 2 - 9 = -4$ og $(13 - 2 - 2) \cdot 2 - 9 = 9$. Spillet innbyr til å få fokus på dette.

$$(13 - 2 - 2) \cdot 2 - 9$$

Figur 3: Prioritering av regnearter.

Matematisk notasjon

De fleste elevene startet med å skrive regnestykkene som vist i figur 2. En ideutveksling tidlig i spillet endret den matematiske notasjonen til mange elever. Mange elever tok i bruk

Måltall 3

$$\underbrace{(11 + 1)}_{12} - \underbrace{(6 - 3)}_3 \rightarrow (11 + 1) - 6 - 3$$

parenteser i sin notasjon, men de er fortsatt ikke helt fortrolig med konvensjonene i dette skriftspråket.

Figur 4: Eksempel på matematisk notasjon fra en elev.

Figur 4 viser eksempel på hvordan en elev har brukt parenteser. Elevens regnestykke ble skrevet på tavla og de andre elevene skulle gjette hvilket måltall elevene hadde laget. Eleven fikk seg en liten overraskelse da de andre elevene foreslo måltall 9 og hun hadde laget tallet 3. Dette ga et fint utgangspunkt for å diskutere når man skal bruke parentes. Forslag til hvordan man kunne skrevet for å unngått dette er skrevet med grønt. Det hadde også vært mulig å diskutere hva som skulle stått i parentesen dersom man ønsker å bruke denne. Videre kunne eksemplet vært brukt til å se på hva som skjer når man løser opp parenteser.

Bruk av identitetslementer

Bruk av idetntitetslementer er en nyttig strategi i dette spillet for å få brukt så mange kort som mulig. Figur 5 viser hvordan to elever har brukt 0 og 1 som idetntitetslementer. I begge eksemplene bidrar identitetslementene til å få brukt flere kort uten at de påvirker måltallet. Når elevene senere skal løse ligninger kan forståelse for nøytrale identitetslementer gjøre det enklere for elevene å forstå reglene for å løse ligninger.

$$12 + \underbrace{13 - 13}_0 - 6$$

$$(13 + 7 - 10) \cdot \underbrace{(12 - 11)}_1 = 10$$

Figur 5: Bruk av nøytrale elementer.

Notat fra en av utprøvingene.

Figur 6 og 7 viser hva som ble skrevet på tavla den første gangen elevene spilte «Lag det tallet». Denne første gangen hadde vi to felles oppsummeringer. Den ene litt tidlig i spillet slik at elevene skulle få nye ideer til hvordan de kunne lage måltallet.

$$\begin{aligned}
 & 9 \cdot 2 - 8 + 7 - 4 \\
 8 & \rightarrow 10 + 5 - 2 - 2 - 3 \\
 4 & \rightarrow 14 + 12 - 13 - 14 + 5 \\
 4 & \quad \underbrace{11-2}_{9} : \underbrace{8-7}_{1} - 5 \rightarrow (11-2) : (8-7) - 5 \\
 & \quad \quad \quad 8-7=1 \\
 & ((13-11) \cdot 3 + 2) \cdot 1 \\
 & (11+11) - (5 \cdot 2) - 4 = 8
 \end{aligned}$$

Figur 6: Ideutveksling første gang elevene spiller spillet.

$$\begin{aligned}
 & (1+3=4) - 4 = 0 + (10-2) = \underline{\underline{8}} \\
 & \hline
 & (9-9) + (13+7) - 8 = \underline{\underline{12}} \\
 & \hline
 & (8-8) = 0 + (11+5) = 16 - (12+2) = \underline{\underline{2}}
 \end{aligned}$$

Figur 7: Eksempel på en elevs notasjon.

Undervisningsnotat

Mål:

Prioritering av regnearter. Behov for å skrive utregning på en tydelig måte, som kan innebære naturlig bruk av parenteser. Utnytte identitetslementene 0 og 1 i regneuttrykket, 0 ved addisjon og subtraksjon og 1 ved multiplikasjon og divisjon.

Gjenta (og presisere): Du sier at.... Mener du at....
Repetere (og reformulere): Kan du gjenta med egne ord?
Resonnere: Er du enig eller uenig?
 Hvorfor? Hva mener du om det? Hvorfor tror du det?
Tilføyte: Har du noe å føye til?
Snu og snakk: Rask prat med sidemannen.

Progresjon for gjennomføring	Planlagt retning for diskusjon
Presentasjon av spillet. Elevene får beskjed om at de skal spille et spill og at de skal spille par mot par. Trekk et måltall og fem kort. La elevene lage regnestykker og vis noen eksempler felles i klassen.	Se et eksempel på hvordan man kan lage ulike regnestykker der de fem kortene skal brukes og svaret skal være måltallet.
Gruppearbeid To og to elever spiller mot hverandre. Læreren noterer strategier og type notasjon elevene bruker	I samtale med de ulike gruppene utfordres elevene til å bruke flere regneoperasjoner, prøve å bruke flest mulig kort. Utfordre elever til å bruke presis skriftlig notasjon og unngå feil bruk av likhetstegnet.
Felles diskusjon La hver gruppe velge minst et regnestykke som de er spesielt fornøyd med (pent, smart, uvanlig, effektivt, morsomt osv.) Lærer velger ut regnestykker som fremhever aspekter som hun vil legge vekt på i samtalen, f.eks. notasjon, prioritering av regnearter, bruk av identitetslementer, bruk av ulike regnearter osv. - Be andre elever "gjette" måltallet - upresis notasjon vil da vise seg å være et problem. - Få frem strategier der det brukes flere regnearter og der man tenker strategisk for å få brukt flere kort, f.eks. strategier som bruker 0 og 1 som identitetslementer.	Utregninger som bruker parenteser på en god måte kontra utregninger uten parenteser og med tvetydighet. Prioritering av regnearter. Problematisere feil bruk av likhetstegnet, foreslå i stedet bruk av pil for å vise steg i utregninger. Men, bruk av parenteser er å foretrekke - da får man ett regnestykke og ser tydelig hvilke kort er blitt brukt <ul style="list-style-type: none"> • Bruker parenteser i stedet for å skrive regnestykket i flere prosesser: $12 - 2 \rightarrow 10 : 2 \rightarrow 5 + 3 \rightarrow 8 : 4 \rightarrow 2$ skrives som $((12 - 2) : 2 + 3) : 4 = 2$ Fremheve bruk av identitetslementer som i $3 \cdot 4 - 5 + (3 - 3)$ eller $(5 \cdot 2 + 1) - (4 - 4)$
Gruppearbeid Be elevene være nøye med bruk av skriftlig notasjon. De bør skrive utregningen som ett regnestykke.	I samtale med de ulike gruppene utfordres elevene til å bruke presis notasjon; utfordres til å utnytte identitetslementer, finne strategier for å bruke opp flest kort
Felles diskusjon La et par elever komme med regnestykker de er spesielt fornøyd med. Oppsummere og avslutte aktiviteten	Få frem: Prioritering av regnearter og matematisk notasjon. Bruk av identitetslementer.