Abel-konkurransen 1994

Oppgave 1

Hva er det minste antall barn en familie kan ha slik at hvert barn har minst en bror og minst en søster?

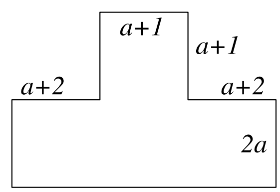
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Oppgave 2

Uttrykket $\sqrt{8} + \sqrt{18}$ er lik

A) 12 B) $\sqrt{54}$ C) $\sqrt{50}$ D) 7 E) $\sqrt{26}$

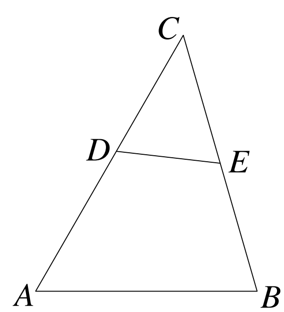
Oppgave 3



Figuren viser en åttekant der alle vinkler er rette. Med sidelengdene som vist på figuren, hva er arealet av åttekanten?

A) $5a^2 + 2a + 1$ B) $12a + 12$ C) $5a^2 + 10a + 1$
D) $7a^2 + 12a + 1$ E) $7a^2 + 10a + 3$

Oppgave 4



La ABC være en trekant der $\angle A = 55°$, $\angle B = 75°$, D ligger på AC, E ligger på BC og $CD = CE$. Hva er da $\angle CED$?

A) $50°$ B) $55°$ C) $60°$ D) $65°$ E) $70°$

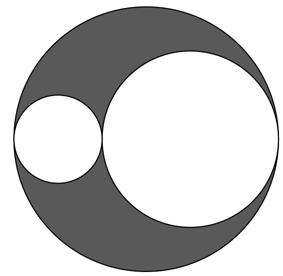
Oppgave 5

La $x = -y$ der $y > 0$. Hvilket av utsagnene er galt?

A) $x^2 y > 0$ B) $x + y = 0$ C) $xy < 0$ D) $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 0$
E) $\frac{x}{y} + 1 = 0$

Oppgave 6

Vi har tre sirkler med diametre lik 1, 2 og 3 som på figuren. Hvor stor andel av arealet til den store sirkelen utgjør det skraverte området?



A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{\sqrt{5}}{3}$
E) Ingen av disse

Oppgave 7

Dersom man deler et A4-ark på midten får man et A5-ark. A5-arket har samme form som A4-arket. Hva er da forholdet mellom den lange og korte sidekanten for A4-arket?

A) $\sqrt{2}$ B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ D) 2 E) Ingen av disse

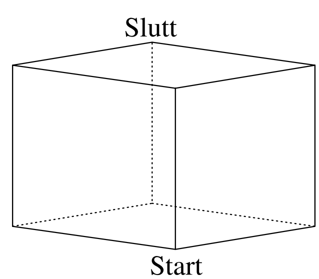
Oppgave 8

Dersom $x^2 = x + 3$, er x^3 lik

A) $x + 6$ B) $x^2 + 3x + 3$ C) $4x + 3$ D) $4x^2 + 3$ E) $x^2 + 27$

Oppgave 9

En bille går inni et kubisk rom med sidelengder lik 1 meter. Den starter nede i et av hjørnene og skal til det motsatte hjørnet oppe i taket. Hvor langt må den gå dersom den velger den korteste vei?



A) 2 B) $\sqrt{5}$ C) 3 D) $1 + \sqrt{2}$
E) Ingen av disse

Oppgave 10

Dersom n mann kan produsere n eksemplarer av en vare ved å jobbe n timer pr. dag i n dager, hvor mange vil da m mann produsere ved å jobbe m timer om dagen i m dager?

A) $\frac{n^3}{m^2}$ B) $\frac{m^3}{n^2}$ C) $\frac{n^2}{m^3}$ D) $\frac{m^2}{n^3}$ E) m

Oppgave 11

La $y = \dfrac{1}{1+\frac{y}{x}}$ og $z = \dfrac{1}{1+\frac{z}{y}}$. Hvis $z = 2$, så er x lik

A) -4 B) 2 C) $\frac{12}{5}$ D) $\frac{16}{5}$ E) 3

Oppgave 12

Hvilket av tallene $\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{3}$, $\sqrt[4]{4}$ og $\sqrt[5]{5}$ er minst?

A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt[3]{3}$ C) $\sqrt[4]{4}$ D) $\sqrt[5]{5}$ E) To av dem er minst

Oppgave 13

Når vi multipliserer ut $\left(3x^2 + \frac{2}{x}\right)^3$ får vi ett ledd som ikke inneholder x. Dette leddet er

A) 6 B) 12 C) 18 D) 36 E) 54

Oppgave 14

Hvor mange forskjellige tall kan skrives som n/m der $n, m \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$? (Husk at f.eks. $2/4 = 1/2$.)

A) 34 B) 50 C) 51 D) 63 E) 90

Oppgave 15

En bil kjører en viss strekning. Den første seksdelen av strekningen er farten 10 km/t, på de neste to tredeler av strekningen er farten 20 km/t og på den siste seksdelen av strekningen er farten 30 km/t. Hva er da gjennomsnittsfarten for hele strekningen?

A) 16 km/t B) 18 km/t C) 20 km/t
D) 22 km/t E) 24 km/t

Oppgave 16

En sirkelflate deles i flest mulig biter med 7 rette linjer. Hvor mange biter kan man få?

A) 14 B) 29 C) 35 D) 49 E) 128

Oppgave 17

Hvis a og b er naturlige tall $(a, b \in \{1, 2, 3, \ldots\})$ og $a + b + ab = 54$, så er $a + b$ lik

A) 12 B) 14 C) 15 D) 16 E) 17

Oppgave 18

La $y = \sqrt{2 + \sqrt{2}}$, $z = \sqrt{2 - \sqrt{2}}$ og $x = y + z$. Da er x lik

A) $y\sqrt{2}$ B) $2y$ C) 4 D) $2z$ E) $z\sqrt{2}$

Oppgave 19

Hva er det største antall linjer som kan trekkes i planet slik at enhver linje skjærer nøyaktig 4 andre linjer?

A) 5 B) 8 C) 10 D) 16 E) Uendelig mange

Oppgave 20

Vi definerer en funksjon f på heltallene ved at $f(x) = x/10$ dersom x er delelig med 10, og $f(x) = x+1$ dersom x ikke er delelig med 10. La $a_0 = 1993$ og $a_{n+1} = f(a_n)$. Hva er minste n slik at $a_n = 1$?

A) 19 B) 25 C) 52 D) 1992 E) a_n blir aldri 1