ABEL KONKURRANSEN

Bokmål

Niels Henrik Abels matematikkonkurranse 2016–2017

Første runde 10. november 2016

Ikke bla om før læreren sier fra!

Abelkonkurransens første runde består av 20 flervalgsoppgaver som skal løses i løpet av 100 minutter. Bare ett av de fem svaralternativene er riktig. Svarene skrives i skjemaet nede til venstre.

Du får 5 poeng for riktig svar, 1 poeng for blankt svar og 0 poeng for galt svar. Det gir en poengsum mellom 0 og 100. Blank besvarelse gir 20 poeng.

Ingen andre hjelpemidler enn kladdepapir og skriveredskaper (inklusive passer og linjal) er tillatt.

Når læreren sier fra, kan du bla om og begynne på oppgavene.

Fyll ut med blokkbokstaver

Navn	Fødselsdato
Adresse	Kjønn K ☐ M ☐
Postnr. Poststed	
Skole	Klasse
Har du deltatt i Abelkonkurransen før? I så fall, hvilke(t) år?	
☐ Sett kryss om du godtar at vi setter navnet ditt på resultatlisten. (Vi publiserer uansett bare resultater for den beste tredelen.)	

Svar

1		11	
2		12	
3		13	
4		14	
5		15	
6		16	
7		17	
8		18	
9		19	
10		20	

For læreren

Riktige:	☐ $\cdot\, 5 =$	☐
Ubesvarte:	$+$	☐
Poengsum:	$=$	☐

Oppgave 1

Hvilket tall er det minste?

A $\dfrac{10+\pi}{100}$ B $0{,}15$ C $\sqrt{0{,}02}$ D $\dfrac{2}{15}$ E $0{,}5^3$

Oppgave 2

Hvor mange positive divisorer har tallet 300? (En *divisor* til et heltall N er et heltall som går opp i N. Både 1 og N regnes blant divisorene til N.)

A 9 B 12 C 16 D 18 E 24

Oppgave 3

En by består av fire bydeler. Bystyret har bestemt at det skal bygges et nytt rådhus, en ny skole og en ny kino. Det eneste kravet bystyret har satt til plasseringen av byggene, er at skolen og kinoen ikke får ligge i samme bydel. På hvor mange måter kan disse nye byggene plasseres ut i bydelene?

A 4 B 16 C 24 D 48 E 64

Oppgave 4

To sylindre har samme volum. Dersom høyden til den første er lik radien til den andre, hva er forholdet mellom høyden til den andre og radien til den første?

A 1 B $\sqrt{3}$ C 2 D $\dfrac{1}{2}$ E Umulig å avgjøre.

Oppgave 5

P og Q er sekssidete rettferdige terninger. P har sider merket 2, 3, 3, 3, 5 og 5, mens Q har sider merket 1, 2, 4, 4, 4 og 6. Når du kaster disse to terningene, vinner terningen som viser det høyeste tallet. Hvis begge viser samme tall, blir det uavgjort. Du kaster terningene mange ganger. Hvilken påstand er riktig?

A På lang sikt blir det oftest uavgjort.
B På lang sikt vinner P like ofte som P ikke vinner.
C På lang sikt taper P like ofte som P ikke taper.
D På lang sikt vinner P og Q like ofte.
E På lang sikt vinner P oftere enn Q.

Oppgave 6

I en trekant ABC er $AC = 4$, $BC = 5$ og $1 < AB < 9$. La D, E og F være midtpunktene på BC, CA og AB. AD og BE skjærer hverandre i G. Det viser seg at G også ligger på CF. Hvor lang er AB?

A 2 B 3 C 4 D 5 E Umulig å avgjøre.

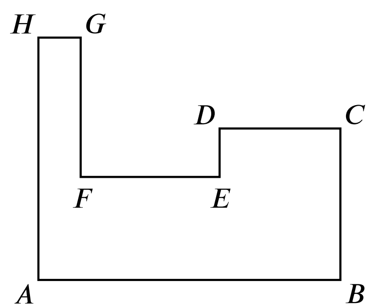
Oppgave 7

Det ligger $m+n$ kort på et bord med billedsiden ned, der m og n er positive heltall. Ahmed vet at hvert kort har en av n mulige farger og en av m mulige valører, men han vet ikke fargen eller valøren på noen av kortene. Det vet derimot Sanne. Hun vil fortelle Ahmed det, men har bare lov til å gjøre det i veldefinerte trekk: Et trekk består i at Sanne velger én bestemt valør eller farge og peker ut alle kortene på bordet av den valøren eller fargen. Hva er det største antallet trekk Sanne må bruke for at Ahmed skal vite hvilke kort som ligger på bordet?

A $m+n$ B $m+n-1$ C $m+n-2$ D $m \cdot n$ E $(m-1)(n-1)$

Oppgave 8

Figuren til høyre viser mangekanten $ABCDEFGH$, men ikke nødvendigvis med korrekte proporsjoner. Alle vinkler er rette. Du får oppgitt at $FG = 10$, $AB = 30$ og $BC = 16$. Hva er omkretsen til figuren?



A 92 B 100 C 106 D 112 E Umulig å avgjøre.

Oppgave 9

Hvis vi skriver $2016 \cdot 5^{100}$ i titallsystemet, hvor mange nuller på rad er det på slutten av tallet?

A 5 B 10 C 15 D 50 E 100

Oppgave 10

Hvilket av tallene må stå i midten dersom de ordnes i stigende rekkefølge?

A π **B** $\sqrt{12}$ **C** $\frac{7}{2}$ **D** $\frac{\sqrt{11}+\sqrt{13}}{2}$ **E** $\frac{2}{\frac{1}{\sqrt{11}}+\frac{1}{\sqrt{13}}}$

Oppgave 11

Hva er tverrsummen til det minste positive tallet k som er slik at $15k$ ikke inneholder andre sifre enn 0 og 1?

A 3 **B** 6 **C** 7 **D** 10 **E** 11

Oppgave 12

Hvor mange delmengder av $\{1, 2, \ldots, 2016\}$ inneholder minst ett oddetall? (Enhver mengde er en delmengde av seg selv.)

A 2^{2015} **B** 2^{1008} **C** $2^{1008}(2^{1008}-1)$ **D** $2^{2016}-2^{1008}+1$ **E** $\frac{2016!}{(1008!)^2}$

Oppgave 13

La $n = \frac{1}{6}+\frac{1}{7}+\frac{1}{8}+\frac{1}{9}+\frac{1}{10}+\frac{1}{11}$. Hvilket tall er størst?

A $\frac{1}{n}$ **B** $\frac{1}{n^2}$ **C** n **D** n^2 **E** De er alle like store.

Oppgave 14

I trekanten ABC er $\angle A = 15^\circ$, $\angle B = 135^\circ$ og $BC = 1$. Hvor lang er AC?

A $1+\sqrt{2}$ **B** $1+\sqrt{3}$ **C** $2+\frac{1}{2}\sqrt{2}$ **D** $4-\frac{2}{3}\sqrt{3}$ **E** Ingen av disse

Oppgave 15

Hva er verdien til $\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\cdots}}}$?

A $\frac{8}{3}$ **B** $2\sqrt{2}$ **C** $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{12}}{2}$ **D** 3 **E** $\sqrt{2}+\sqrt{3}$

Oppgave 16

Hva er verdien til produktet $x(x-1)\cdots(x-4031)$, dersom $x = 2015{,}5$?

A 0 **B** $\dfrac{(4031!)^2}{2^{2016}\cdot 2016!}$ **C** $\dfrac{(4031!)^2}{2^{2016}\cdot 2015!}$ **D** $\dfrac{(4031!)^2}{2^{4032}\cdot 2015!}$
E Ingen av disse.

Oppgave 17

Anna og Birger går en tur med samme konstante fart. De starter i samme retning fra samme sted. Birger går rett frem hele tiden. Anna, derimot, tar ett skritt før hun snur 90 grader til høyre, deretter tar hun to skritt før hun snur 90 grader til høyre igjen, for så å ta fire skritt før hun neste gang snur 90 grader til høyre. Slik fortsetter hun å doble antall skritt mellom hver gang hun snur til høyre. Når Anna skal til å snu for 2016. gang, stopper begge to. Hvor stort er forholdet mellom avstanden Birger har gått og avstanden mellom Anna og Birger da de stoppet?

A $\dfrac{\sqrt{10}}{4}$ **B** $\dfrac{\sqrt{10}}{2}$ **C** $\sqrt{5}$ **D** $\sqrt{6}$ **E** $\sqrt{5}+1$

Oppgave 18

La $S(n)$ betegne antall sifre i tallet n. Hva er verdien til $S\big(S(2016^{2017})\big)$?

A 1 **B** 2 **C** 3 **D** 4 **E** 5

Oppgave 19

Et terrarium har form som en kube med sidelengde 3. I det eksakte sentret av terrariet henger en kubeformet kasse med sidelengde 1, og med sidene parallelle med terrariets sider. Tenk deg at en flue skal fly fra ett hjørne i terrariet til det diagonalt motsatte hjørnet. Hva er den korteste strekningen fluen kan fly, når den må utenom den indre kassen?

A $3\sqrt{3}$ **B** $\sqrt{29}$ **C** 5 **D** $3+\sqrt{6}$ **E** $1+\sqrt{2}+2\sqrt{3}$

Oppgave 20

Nils har 2015 røde steiner, 2015 blå steiner og 2015 hvite steiner. Han kan utføre en vilkårlig kombinasjon av følgende fem trekk:

(1) Gi en hvit og en blå stein og motta en rød stein.
(2) Gi to blå steiner og motta en hvit stein.
(3) Gi en blå og en rød stein og motta to hvite steiner.
(4) Gi to røde steiner og motta en hvit og en blå stein.
(5) Gi tre hvite steiner og få en rød stein.

Nils må gjøre trekk til han har så få steiner at ingen av trekkene (1) – (5) er mulige. Hvilket av følgende utsagn er riktig?

A Nils vil garantert ende opp med én rød stein.
B Nils vil garantert ende opp med to hvite steiner.
C Nils kan oppnå to ulike sluttresultat.
D Nils kan oppnå tre ulike sluttresultat.
E Nils kan oppnå fire ulike sluttresultat.

Løsningene legges ut 11. november kl. 17:00 på

abelkonkurransen.no