Nynorsk

Niels Henrik Abels matematikkonkurranse 2015–2016

Andre runde 14. januar 2016

Ikkje bla om før læraren seier frå!

I den andre runden av Abelkonkurransen er det 10 oppgåver som skal løysast på 100 minutt. Svara er heiltal frå og med 0 til og med 999. Skriv svara nede til venstre på skjemaet.

Du får 10 poeng for rett svar og 0 poeng for gale eller blankt svar. Det gir ein poengsum mellom 0 og 100.

Ingen andre hjelpemiddel enn kladdepapir og skrivereiskapar (inklusive passar og linjal) er tillatne.

Når læraren seier frå, kan du bla om og ta til med oppgåvene.

Fyll ut med blokkbokstavar

Namn		Fødselsdato
Adresse		Kjønn K ☐ M ☐
Postnr.	Poststad	
Skule		Klasse
Statsborgarskap	Epost	Mobiltelefon

Resultatlista: Merk at vi uansett berre publiserer resultat for den beste tredelen

☐ Set kryss om du tillét at vi set namnet ditt på resultatlista

Svar

1		6	
2		7	
3		8	
4		9	
5		10	

For læraren

Rette: ☐ $\cdot\, 10 =$ ☐

Oppgåve 1

Om a og b er positive heiltal og $a^3 + a^2b - ab^2 - b^3 = 2^{10}$, kva er verdien av a?

Oppgåve 2

I ein rettvinkla trekant ABC er $\angle BAC = 90°$. Sirkelen med AB som diameter har areal 283, og sirkelen med AC som diameter har areal 282. Kor stort areal har omsirkelen til ABC? (Omsirkelen til ABC er sirkelen som går gjennom punkta A, B og C.)

Oppgåve 3

Blant dei positive heiltala mindre enn 32 har A tal nøyaktig fire forskjellige positive divisorar, B tal har nøyaktig tre forskjellige positive divisorar, og C tal har nøyaktig to forskjellige positive divisorar. (Ein *divisor* er et heiltal som går opp i eit gitt heiltal n. Merk at 1 og n alltid er divisorar til eit positivt heiltal n.) Kva er produktet ABC?

Oppgåve 4

Fem punkt A, B, C, D og E ligg i denne rekkefylgda på ein sirkel, slik at $AB = BC = CD = DE$ og $\angle ADE = 120°$. Kva er $\angle CDE$ målt i gradar?

Oppgåve 5

To positive tal x og y er slik at $2x - x^2 + 2y - y^2 \geq 2xy + 1$ og $y^2 - x^2 = \frac{1}{3}$. Kva er y/x?

Oppgåve 6

Kor mange positive heiltalsløysingar (a, b) har likninga $2016 + a^2 = b^2$?

Oppgåve 7

Kva for eit heiltal ligg nærast $\dfrac{444}{\sqrt{111 \cdot 112} - 111}$?

Oppgåve 8

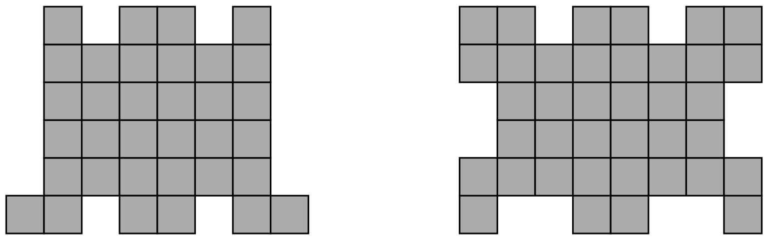
Ei sprek loppe trenar lengdehopp ved å hoppe att og fram på tallinja. Kvar økt startar i 0, og er sett saman av eitt hopp kvar av lengd 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128 og 256, alltid i denne rekkefylgda. For å ha litt variasjon i øktene, kan loppa fritt velge retning, til høgre eller til venstre, på kvart hopp. I kor mange forskjellige heiltal kan loppa enda ei treningsøkt?

Oppgåve 9

Punkta A, B, C og D ligg på ein sirkel slik at linjestykka AC og BD skjer kvarandre. Dei positive heiltala a og b er slik at $AB = b$, $AD = a$, $BC = \frac{1}{2}a$ og $CD = 2b$. Om $\angle BAD = 90°$ og arealet til $ABCD$ er mindre enn 1000, kva er det største moglege arealet for $ABCD$?

Oppgåve 10

Figuren til venstre kan dekkast med 17 dominobrikker på i alt M måtar, medan den til høgre kan dekkast med 19 dominobrikker på N måtar. (Ei dominobrikke har form som eit 2×1-rektangel. Brikkene skal dekke heile figuren utan å overlappe.) Anten M/N eller N/M er eit heiltal. Kva for eit heiltal er det?



Løysingane blir lagde ut 15. januar kl. 17.00 på

abelkonkurransen.no