ABEL KONKURRANSEN

Bokmål

Niels Henrik Abels matematikkonkurranse 2015–2016

Andre runde 14. januar 2016

Ikke bla om før læreren sier fra!

Abelkonkurransens andre runde består av 10 oppgaver som skal løses i løpet av 100 minutter. Svarene er heltall fra og med 0 til og med 999. Skriv svarene nede til venstre på skjemaet.

Du får 10 poeng for riktig svar og 0 poeng for galt eller blankt svar. Det gir en poengsum mellom 0 og 100.

Ingen andre hjelpemidler enn kladdepapir og skriveredskaper (inklusive passer og linjal) er tillatt.

Når læreren sier fra, kan du bla om og begynne på oppgavene.

Fyll ut med blokkbokstaver

Navn		Fødselsdato
Adresse		Kjønn K ☐ M ☐
Postnr.	Poststed	
Skole		Klasse
Statsborgerskap	Epost	Mobiltelefon

Resultatlisten: Merk at vi uansett bare publiserer resultater for den beste tredelen

☐ Sett kryss om du godtar at vi setter navnet ditt på resultatlisten

Svar

1		6	
2		7	
3		8	
4		9	
5		10	

For læreren

Riktige: ☐ $\cdot\, 10 =$ ☐

Oppgave 1

Hvis a og b er positive heltall og $a^3 + a^2b - ab^2 - b^3 = 2^{10}$, hva er verdien av a?

Oppgave 2

I en rettvinklet trekant ABC er $\angle BAC = 90°$. Sirkelen med AB som diameter har areal 283, og sirkelen med AC som diameter har areal 282. Hvor stort areal har omsirkelen til ABC? (Omsirkelen til ABC er sirkelen som går gjennom punktene A, B og C.)

Oppgave 3

Blant de positive heltallene mindre enn 32 har A tall nøyaktig fire forskjellige positive divisorer, B tall har nøyaktig tre forskjellige positive divisorer, og C tall har nøyaktig to forskjellige positive divisorer. (En *divisor* er et heltall som går opp i et gitt heltall n. Merk at 1 og n alltid er divisorer til et positivt heltall $n \neq 0$.) Hva er produktet ABC?

Oppgave 4

Fem punkter A, B, C, D og E ligger i denne rekkefølgen på en sirkel, slik at $AB = BC = CD = DE$ og $\angle ADE = 120°$. Hva er $\angle CDE$ målt i grader?

Oppgave 5

To positive tall x og y er slik at $2x - x^2 + 2y - y^2 \geq 2xy + 1$ og $y^2 - x^2 = \frac{1}{3}$. Hva er y/x?

Oppgave 6

Hvor mange positive heltallsløsninger (a, b) har likningen $2016 + a^2 = b^2$?

Oppgave 7

Hvilket heltall ligger nærmest $\dfrac{444}{\sqrt{111 \cdot 112} - 111}$?

Oppgave 8

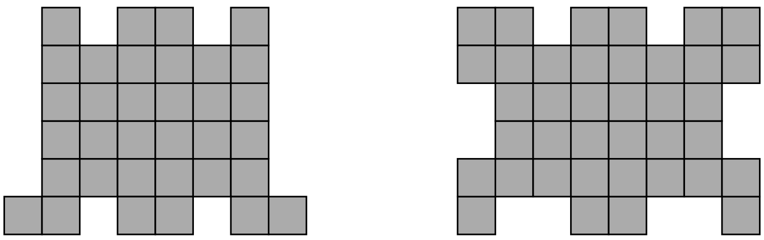
En sprek loppe trener lengdehopp ved å hoppe frem og tilbake på tallinjen. Hver økt starter i 0, og består av ett hopp hver av lengde 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128 og 256, alltid i denne rekkefølgen. For å ha litt variasjon i øktene, kan loppen fritt velge retning, til høyre eller til venstre, på hvert hopp. I hvor mange forskjellige heltall kan loppen ende en treningsøkt?

Oppgave 9

Punktene A, B, C og D ligger på en sirkel slik at linjestykkene AC og BD skjærer hverandre. De positive heltallene a og b er slik at $AB = b$, $AD = a$, $BC = \frac{1}{2}a$ og $CD = 2b$. Dersom $\angle BAD = 90°$ og arealet til $ABCD$ er mindre enn 1000, hva er det største mulige arealet for $ABCD$?

Oppgave 10

Figuren til venstre kan dekkes med 17 dominobrikker på i alt M måter, mens den til høyre kan dekkes med 19 dominobrikker på N måter. (En dominobrikke har form som et 2×1-rektangel. Brikkene skal dekke hele figuren uten å overlappe.) Enten M/N eller N/M er et heltall. Hvilket heltall er det?



Løsningene legges ut 15. januar kl. 17.00 på

abelkonkurransen.no