Bokmål

Niels Henrik Abels matematikkonkurranse 2014–2015

Andre runde 15. januar 2015

Ikke bla om før læreren sier fra!

Abelkonkurransens andre runde består av 10 oppgaver som skal løses i løpet av 100 minutter. Svarene er heltall fra og med 0 til og med 999. Skriv svarene nede til venstre på skjemaet.

Du får 10 poeng for riktig svar og 0 poeng for galt eller blankt svar. Det gir en poengsum mellom 0 og 100.

Ingen andre hjelpemidler enn kladdepapir og skriveredskaper er tillatt.

Når læreren sier fra, kan du bla om og begynne på oppgavene.

Fyll ut med blokkbokstaver

Navn		Fødselsdato
Adresse		Kjønn K ☐ M ☐
Postnr.	Poststed	
Skole		Klasse
Statsborgerskap	Epost	Mobiltelefon

Svar

1		6	
2		7	
3		8	
4		9	
5		10	

For læreren

Riktige: ☐ $\cdot 10 =$ ☐

Oppgave 1

Hvor mange sekssifrede positive heltall kan man lage hvis hvert tall må ha strengt stigende sifre fra venstre til høyre?

Oppgave 2

Hvis $a = 13 + \frac{1}{b}$ og $a^2 = 143 + \frac{1}{b^2}$, hva er $a + \frac{1}{b}$?

Oppgave 3

Punktene A og B har koordinater: $A = (720, 1440)$ og $B = (4, 2)$. Linjestykket AB skjærer linjen $x = y$ i punktet P. Hva er lengdeforholdet AP/PB?

Oppgave 4

Hvis $a_0 = 0$, $a_1 = 1$ og $a_n = 3a_{n-1} - 2a_{n-2}$ for $n \geq 2$, hva er siste siffer i a_{2014}?

Oppgave 5

På hvor mange måter kan 9 svarte og 9 hvite tårn plasseres ut på et 6×6-sjakkbrett slik at intet hvitt tårn kan slå et svart?

Et tårn kan slå en annen brikke hvis det står på samme rad eller samme linje (kolonne) som den andre brikken, uten at det er andre brikker mellom de to.

Oppgave 6

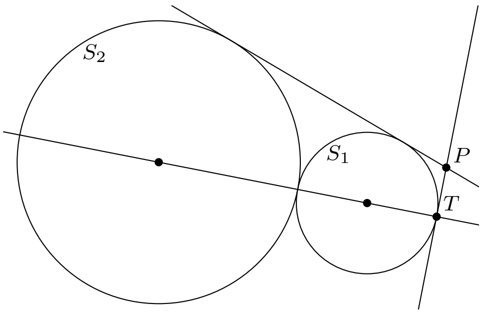
La A_0 være mengden $\{1, 2, 3, 4\}$. La A_{i+1} være mengden av alle mulige summer du kan få ved å addere to tall i A_i, der de to tallene ikke trenger være forskjellige. Hvor mange forskjellige tall er det i A_8?

Oppgave 7

Hva er største verdi for $426k - 90k^2$ der k skal være et heltall?

Oppgave 8

To sirkler, S_1 med radius 30 og S_2 med radius 60, tangerer hverandre utvendig. Punktet T ligger på S_1, på motsatt side fra S_2, der linjen gjennom sirkelsentrene skjærer S_1. P er et punkt der tangenten til S_1 i T skjærer en felles tangent til de to sirklene. Hva er kvadratet av avstanden fra P til T?



Oppgave 9

En eske inneholder færre enn 1000 sjokoladebiter. Nils ønsker å dele dem inn i like store hauger. Først prøver han seg med 15 hauger, men sitter igjen med 12 biter til overs. Han spiser dem opp, og forsøker deretter å dele opp resten i 16 like store hauger. Men nå sitter han igjen med 13 biter til overs, og bestemmer seg for også å spise disse. I sitt tredje og siste forsøk, nå med 18 like store hauger, ender han opp med 14 biter til overs, så han spiser opp disse også. I frustrasjon fortsetter han å spise, men etter 19 biter til blir han svimmel og må legge seg ned, og han tror han ser en gås med en liten svenske på ryggen komme og stjele resten av sjokoladen. Hvor mange sjokoladebiter var det opprinnelig i esken?

Oppgave 10

Fire forskjellige positive heltall a, b, c og d er slik at $a^2 + b^2 = c^2 + d^2$. Hva er minste mulige verdi av $abcd$?

Løsningene legges ut 16. januar kl. 17.00 på

abelkonkurransen.no