Abel-konkurransen 2001–2002
Første runde

Oppgave 1

I en klasse med 27 elever er antall jenter 3 mer enn antall gutter. Antall gutter i klassen er da

A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

Oppgave 2

Gjennomsnittet av $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$ og $\frac{3}{4}$ er

A) $\dfrac{2}{3}$ B) $\dfrac{7}{12}$ C) $\dfrac{15}{24}$ D) $\dfrac{23}{36}$ E) Ingen av disse

Oppgave 3

$\frac{(0{,}3)^3}{0{,}9}$ er det samme som

A) 3 B) 1 C) $0,3$ D) $0,03$ E) $0,003$

Oppgave 4

$6^6 + 6^6 + 6^6 + 6^6 + 6^6 + 6^6$ er lik

A) 36^6 B) 6^{36} C) 6^7 D) 7^6 E) Ingen av disse

Oppgave 5

La n være et helt tall og m et oddetall. Hvis $x = m^2 + nm$, så gjelder at

A) x er alltid et oddetall B) x er alltid et partall
C) x er et oddetall bare hvis n er et oddetall
D) x er et partall bare hvis n er et partall
E) x er et oddetall bare hvis n er et partall

Oppgave 6

Et rektangel inndeles i fire mindre rektangler med arealer som vist på figuren. Arealet av det 4. rektanglet er da

6	10
15	?

A) 21 B) 24 C) 25 D) 27 E) 30

Oppgave 7

$1 - 3 + 5 - 7 + 9 - \ldots + 2001$ er lik

A) 999 B) 1001 C) 1003 D) 3001 E) Ingen av disse

Oppgave 8

Hvis linjen $y = 2x - 6$ speiles om linjen $x = 1$, blir likningen for den nye linjen $y =$

A) $-2x - 6$ B) $-2x - 2$ C) $-\frac{1}{2}x - 2$ D) $\frac{1}{2}x - \frac{1}{6}$ E) $-2x - \frac{1}{2}$

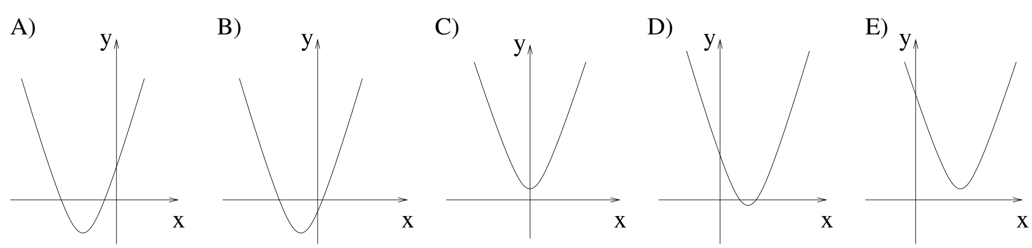
Oppgave 9

Dersom n er et positivt heltall, og $n(n+1)$ deles på 3, så kan resten få verdiene

A) Bare 0 B) Bare 2 C) Bare 0 eller 1 D) Bare 0 eller 2
E) 0, 1, eller 2

Oppgave 10

Hvilken av de 5 parablene under kan være grafen til $f(x) = ax^2 + bx + c$, der $a, b, c > 0$?



Oppgave 11

Vi roterer et rektangel med sider a og b ($a \neq b$) $360°$ rundt siden med lengde a. Volumet av sylinderen som da framkommer, kaller vi V_a. Dersom vi roterer rektangelet $360°$ rundt siden med lengde b, får vi et volum vi kaller V_b. Forholdet $V_a : V_b$ er da

A) $\frac{a}{b}$ B) $\frac{b}{a}$ C) 1 D) $\frac{a^2}{b^2}$ E) $\frac{b^2}{a^2}$

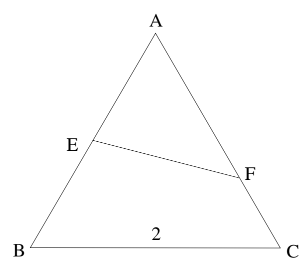
Oppgave 12

La N være det minste heltall som er større enn 1 og som er både et kvadrattall og et kubikktall (3.potens). Summen av sifrene i N er da

A) 1 B) 10 C) 18 D) 27 E) Ingen av disse

Oppgave 13

ABC er en likesidet trekant med sidelengde 2. La E være midtpunktet på AB og F et punkt på AC slik at $AF = 2FC$. Arealet av firkanten $BCFE$ er da



A) 1 B) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ C) $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ D) $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$
E) $\frac{2\sqrt{3}-1}{2}$

Oppgave 14

Hvis man skriver ned alle heltallene fra 1 til 1 000 000, så er antall ganger sifferet 5 forekommer lik

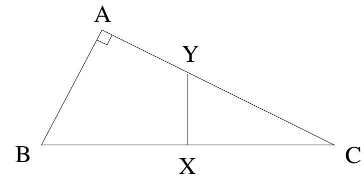
A) 500000 B) 505050 C) 555000 D) 585001 E) 600000

Oppgave 15

Antall tallpar (x, y) som passer i likningssettet
$3x + 4y = 25$
$x^2 + y^2 = 25$
er

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

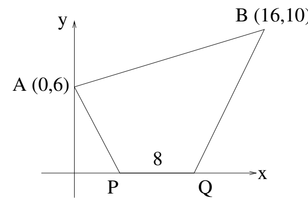
Oppgave 16



På figuren er $\angle A = 90°$, $AB = 3$, $AC = 4$, $BX = XC$ og $\angle BXY = 90°$. Lengden av XY er da

A) 2 B) $\frac{11}{6}$ C) $\frac{15}{8}$ D) $\frac{25}{12}$
E) Ingen av disse

Oppgave 17



Koordinatene til punktene A og B er gitt på figuren. Punktene P og Q ligger på den positive x-aksen og kan bevege seg slik at PQ alltid har lengde 8. For at omkretsen til firkanten $APQB$ skal være minimal, må midtpunktet på PQ ha x-koordinat lik

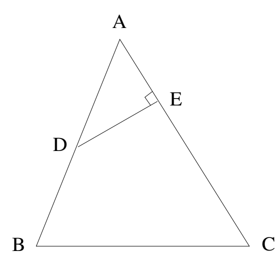
A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

Oppgave 18

En følge av 6 positive heltall begynner med 4 og slutter med 517. Fra det 3. tallet i følgen er hvert tall lik summen av de to foregående. Summen av sifrene i det andre tallet er da

A) 2 B) 5 C) 8 D) 11 E) Ingen av disse

Oppgave 19



På figuren er $AD = DB = 5$, $EC = 2AE = 8$ og $\angle AED = 90°$. Lengden av BC er da

A) $5\sqrt{2}$ B) $4\sqrt{3}$ C) $3\sqrt{6}$ D) $2\sqrt{13}$
E) Ingen av disse

Oppgave 20

Vi har gitt mengden $A = \{1, 2, 3, 4, \ldots, 49, 50\}$. Vi plukker ut n tall fra A slik at summen av to forskjellige tall blant disse n tallene aldri er delelig med 7. Den største mulige verdien for n er da

A) 7 B) 21 C) 22 D) 23 E) 24